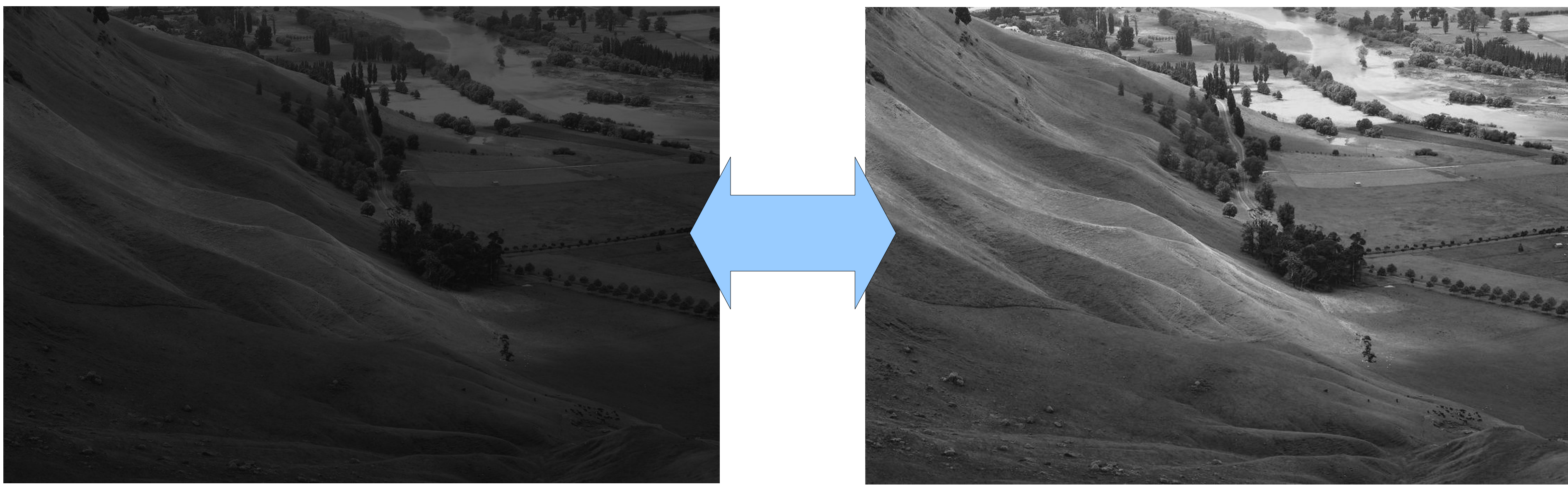
Session 6: Morfologia

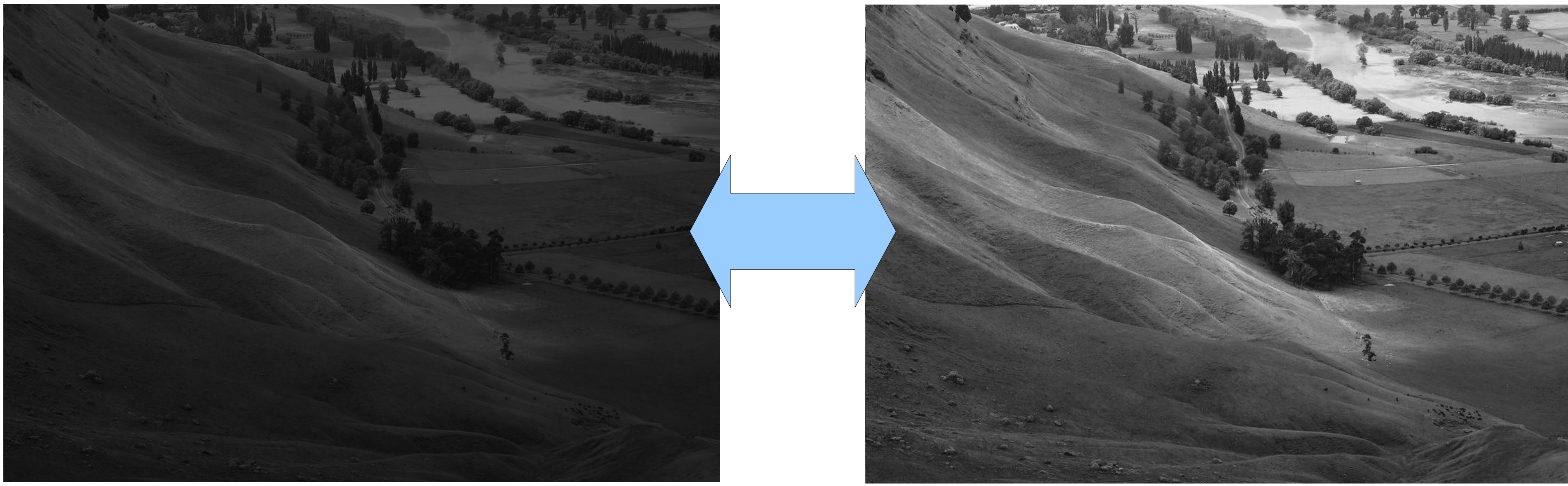
- Conjuntos de nivel y e invariancia por cambio de contraste
- Principio de superposicion
- Operadores morfologicos

Que tienen en comun?



difieren en un cambio de contraste

Que tienen en comun?



difieren en un cambio de contraste

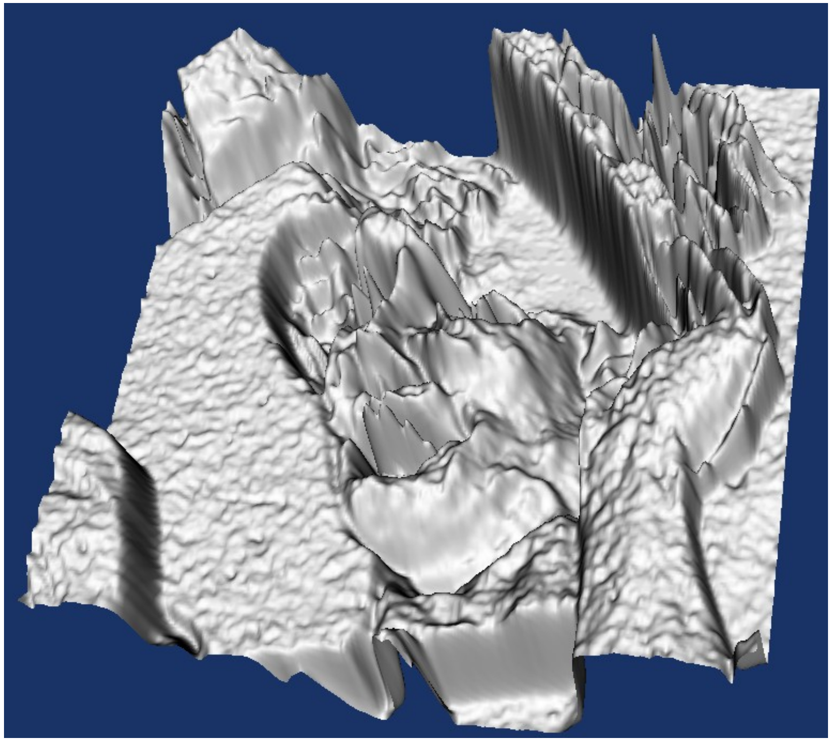
Las intensidades cambian pero las formas no.

Tienen en comun los **conjuntos de nivel** superiores (e inferiores).

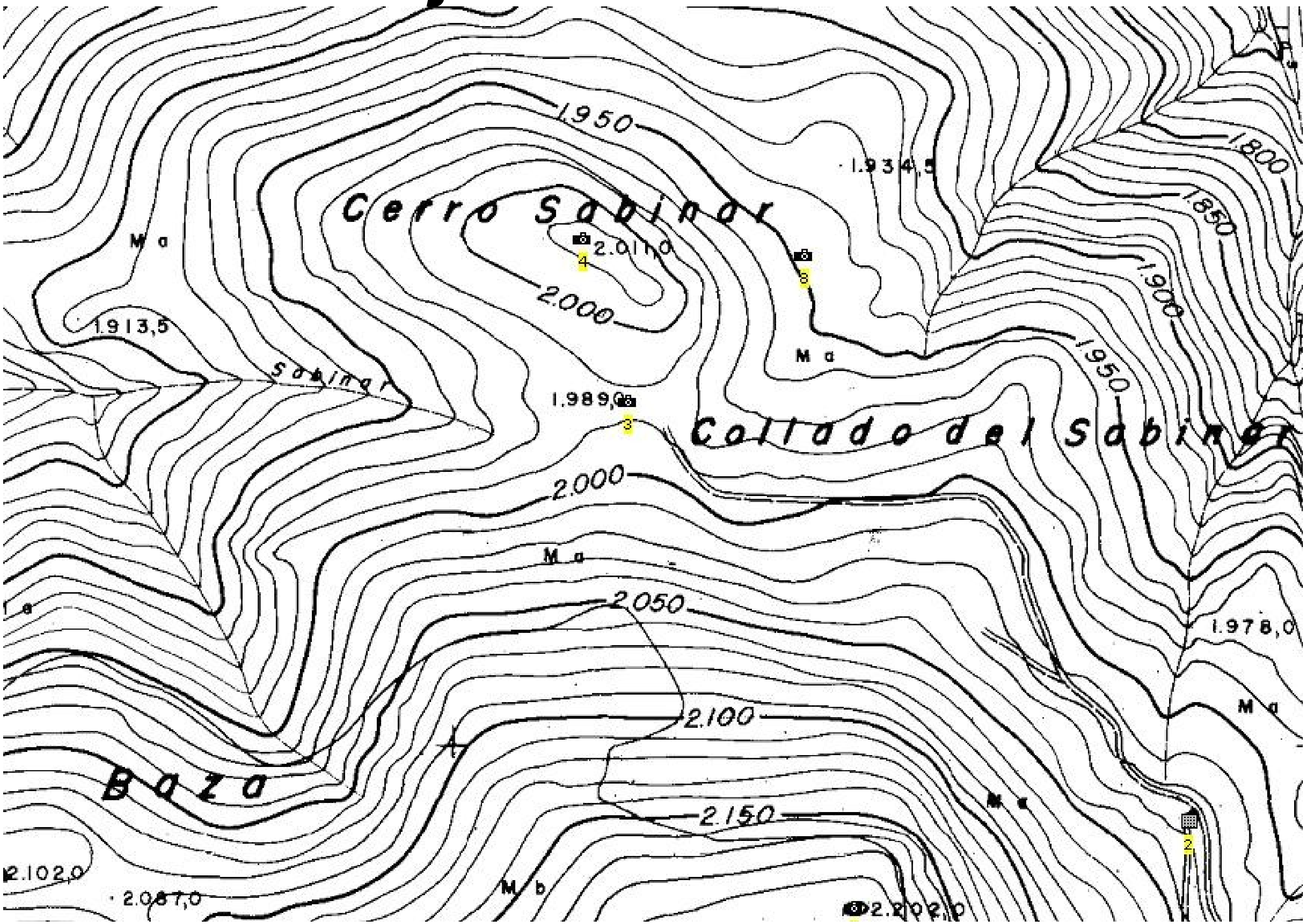
Conjuntos de nivel

- Para entender los conjuntos de nivel, interpretamos la imagen monocromatica como el grafo de una función

$$u(x, y) : \{0, \cdots N-1\} \times \{0, \cdots N-1\} \rightarrow \{0, \cdots, 255\}$$

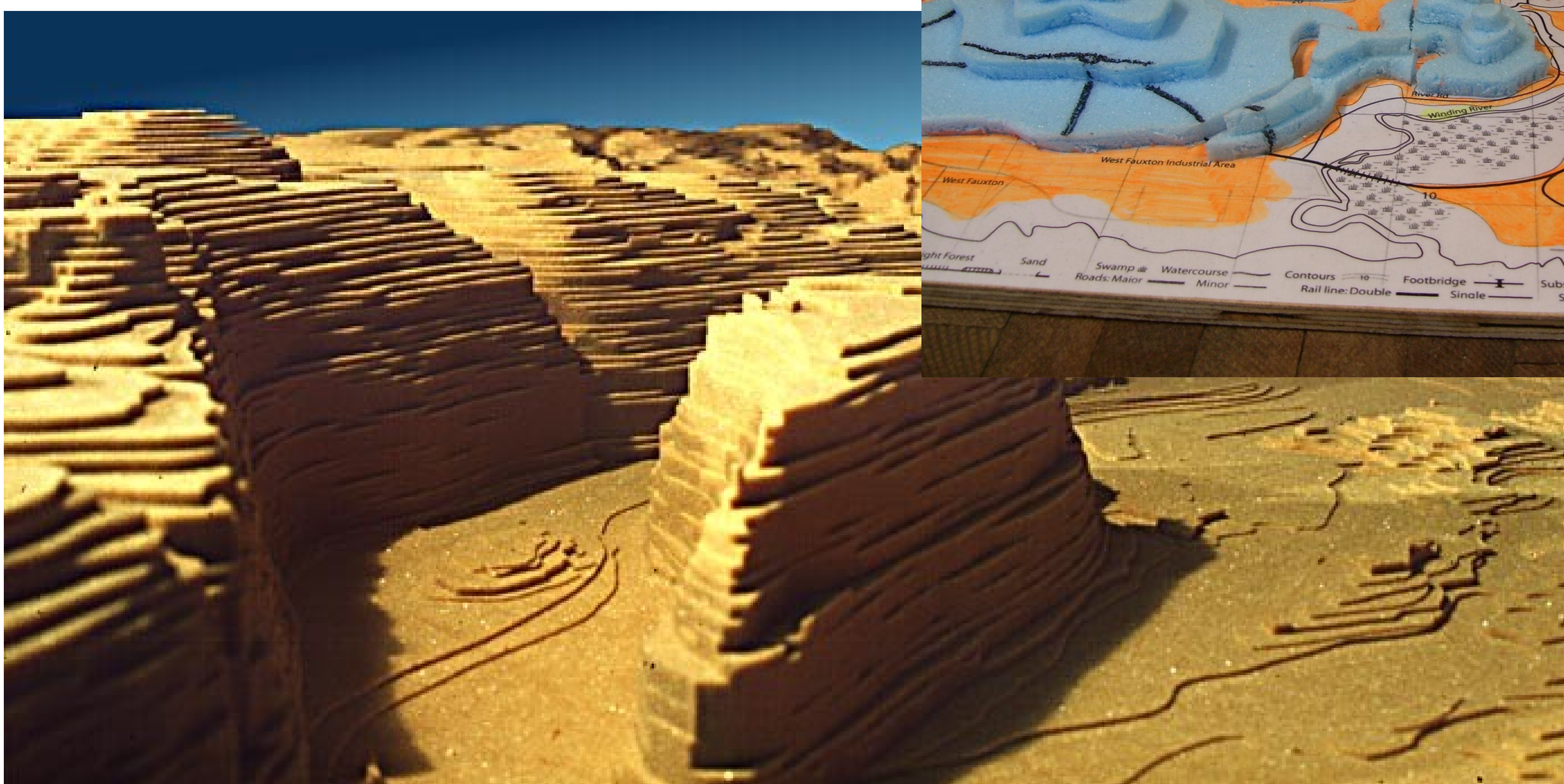


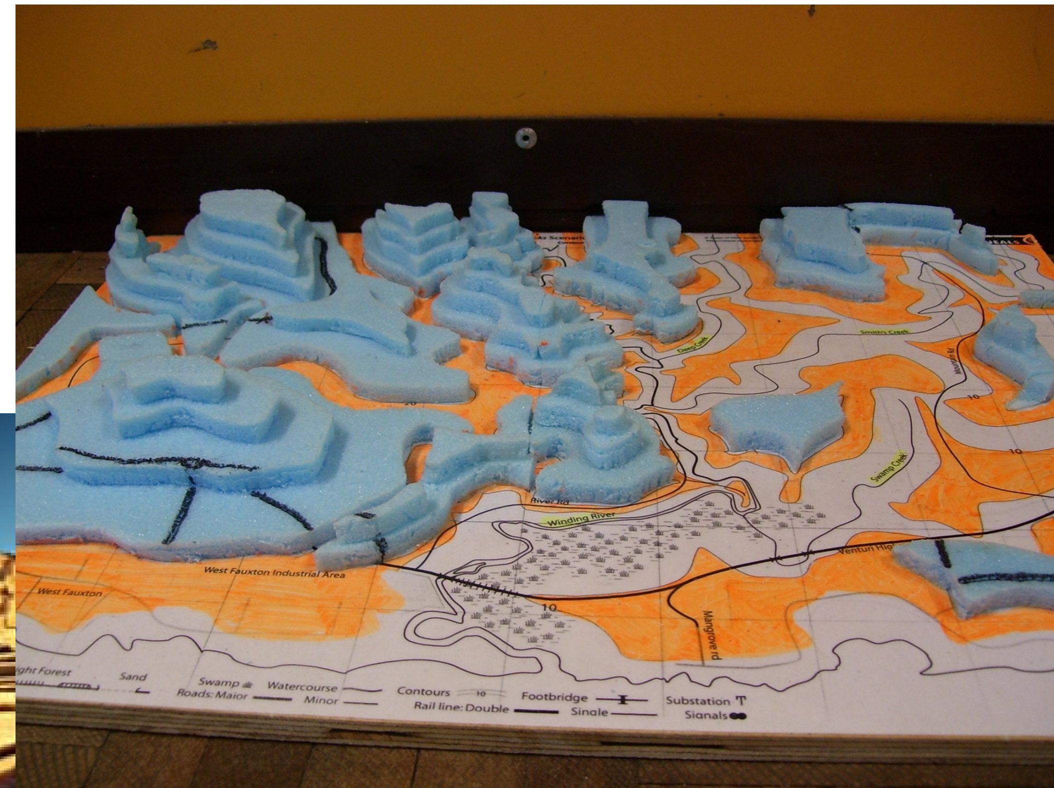
Conjuntos de nivel



Mapa topografico representa la superficie de un terreno

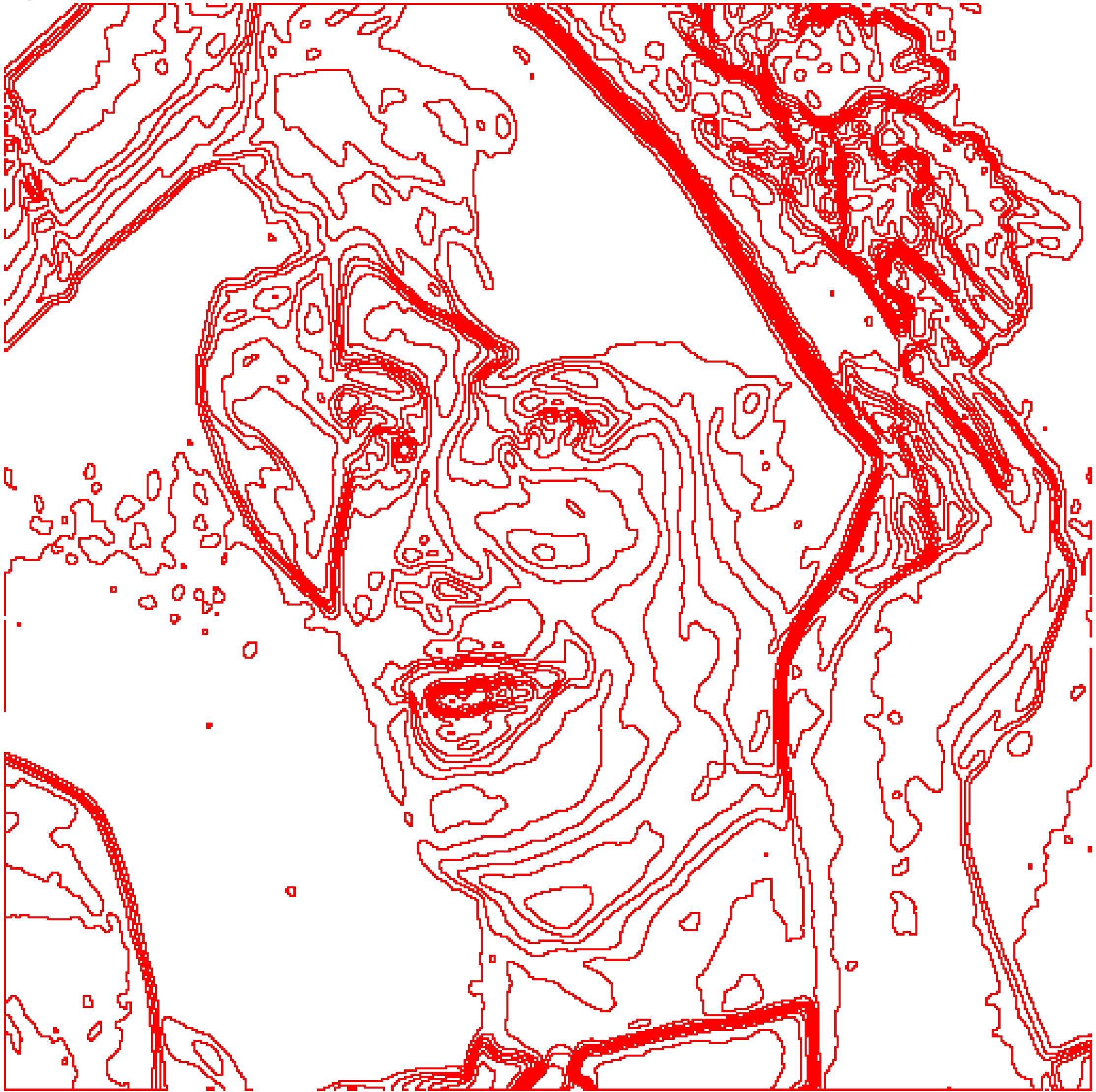
Conjuntos de nivel





Conjuntos de nivel

contienen **toda la información geometrica** de la imagen



Conjuntos de nivel

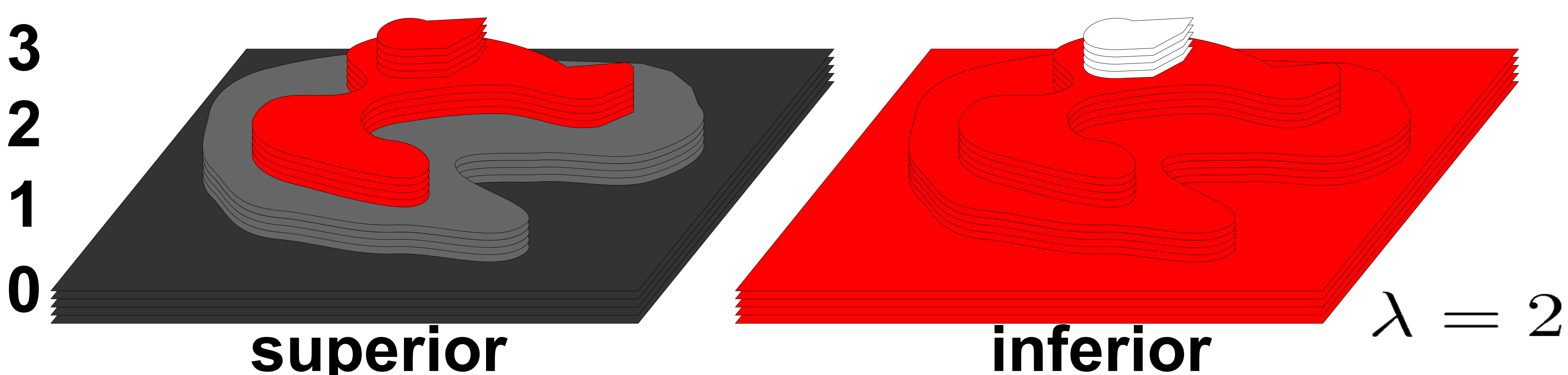
<u>Definición:</u> dada una imagen *u* podemos calcular sus conjuntos de nivel:

- Conjunto de nivel **superior** (resp. a λ)

$$X_\lambda = [u \geq \lambda] = \{(i,j) : u(i,j) \geq \lambda\}$$

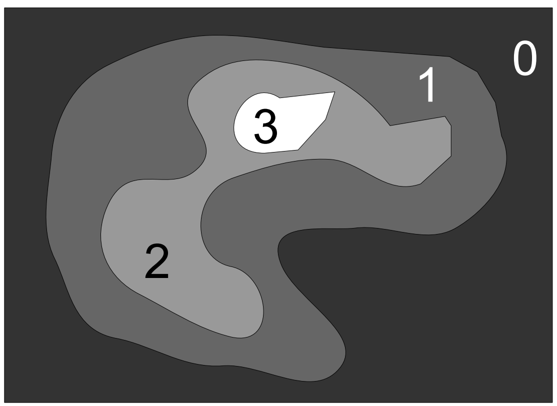
- Conjunto de nivel **inferior** (resp. a λ)

$$X_\lambda^- = [u \leq \lambda] = \{(i,j) : u(i,j) \leq \lambda\}$$



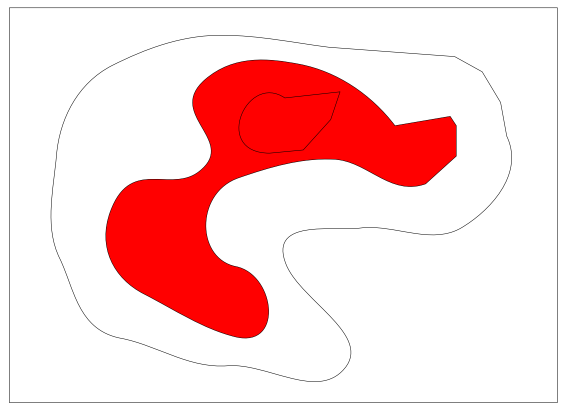
Conjuntos de nivel

<u>Otra vista</u>



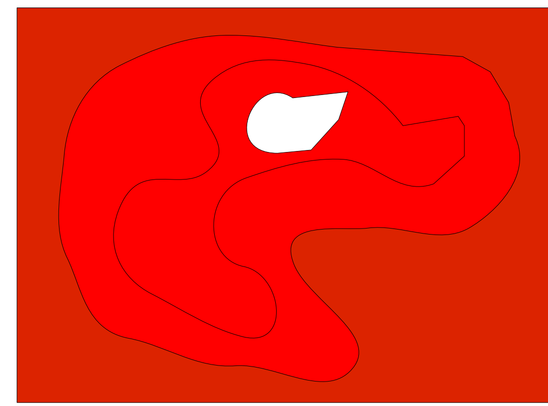
imagen

$$u$$



superior

$$X_2 = [u \geq 2]$$



inferior

$$X_2^- = [u \leq 2]$$

Conjuntos de nivel

Atencion:

- usaremos conj. de nivel superiores
- Si $k > \max(u)$ entonces $X_k = \emptyset$
- Si $k \leq \min(u)$ entonces $X_k = \{0, .., N-1\} \times \{0, .., N - 1$

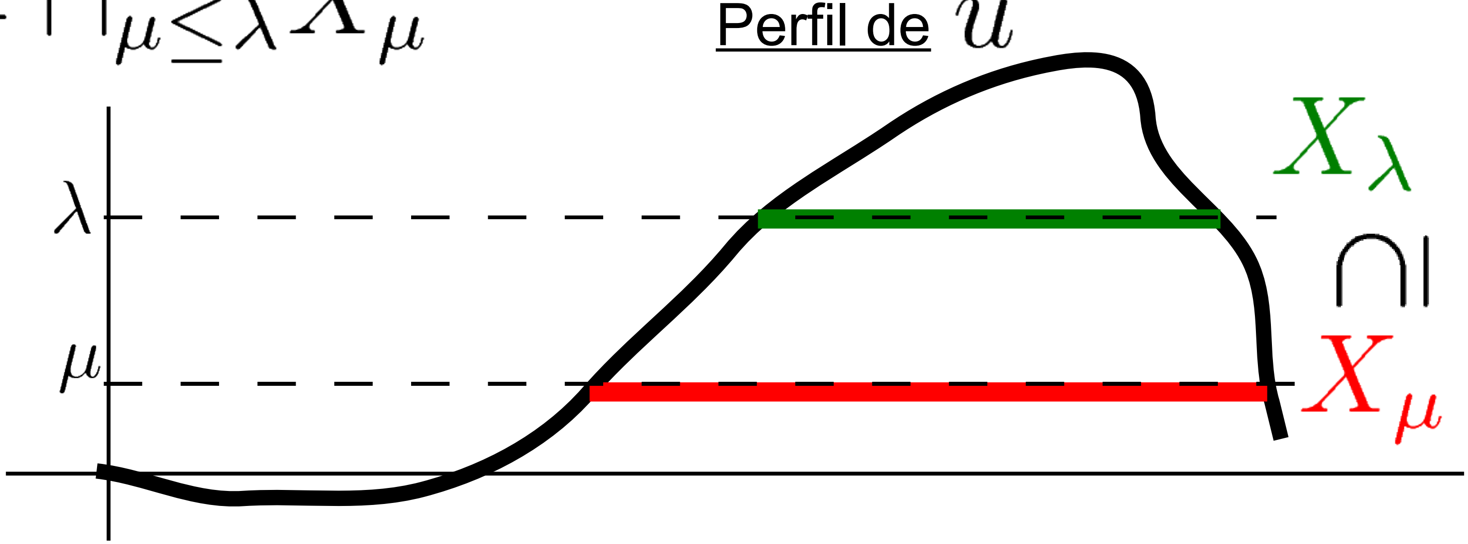
$X_{128} = [u \geq 128]$

$X_{128}^{-} = [u \leq 128]$

Propiedades: Conjuntos de nivel

Los conjuntos de nivel **superiores** de una imagen cumplen las siguientes propiedades

- $X_\lambda \subseteq X_\mu \text{ si } \lambda > \mu$
- $X_\lambda = \cap_{\mu \leq \lambda} X_\mu$



Propiedades: Conjuntos de nivel

Los conjuntos de nivel **superiores** de una imagen cumplen las siguientes propiedades

- $X_\lambda \subseteq X_\mu \text{ si } \lambda > \mu$
- $X_\lambda = \bigcap_{\mu \leq \lambda} X_\mu$

$X_{80} = [u \geq 80]$

$X_{128} = [u \geq 128]$

$X_{160} = [u \geq 160]$

Principio de superposición

- Dada una familia de conjuntos de nivel superior $\{X_\lambda\}_{\lambda \in [a,b]}$ obtenidos de la imagen *u* (que por tanto cumple $X_\lambda \subseteq X_\mu \text{ si } \lambda > \mu$).
  Es posible recuperar *u* mediante:

$$\boxed{u(i,j) = \max\{\lambda : (i,j) \in X_\lambda\}}$$

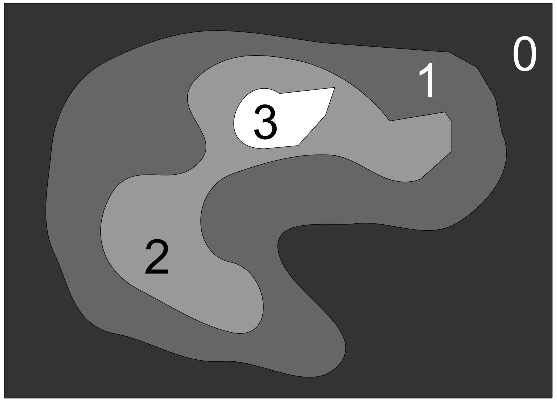
$$
u \quad
\begin{array}{c}
[u \geq 0] = X_0 \\
\cup\!\vert \\
[u \geq 1] = X_1 \\
\cup\!\vert \;\; \vdots \\
[u \geq \lambda] = X_\lambda \\
\cup\!\vert \;\; \vdots \\
[u \geq 255] = X_{255}
\end{array}
\quad \max\{\lambda : (i,j) \in X_\lambda\}
$$

Invariancia por cambio de contraste

La informacion geometrica de una imagen *u* no se modifica por un cambio de contraste.

Proposición: Sea una imagen
$$u : \{0, \cdots N-1\} \times \{0, \cdots N-1\} \rightarrow \{0, \cdots, 255\}$$
y un cambio de contraste *g* (funcion monotona y estrictamente creciente).

Entonces *u, g(u)* tienen los **mismos** conjuntos de nivel



u(i,j)	g(u(i,j))
0	1
1	5
2	128
3	250

Invariancia por cambio de contraste

Proposición: si *u* y *v* son dos imagenes t.q. comparten las familias de conjuntos de nivel. Entonces existe un cambio de contraste *g* t.q. $v = g(u)$.

Filtros Morfologicos

Mantienen el orden de las curvas de nivel.

Definimos:

$F:$ espacio de todas las imagenes

$S:$ espacio de todas las imagenes binarias

$T: S \to S$ Aplicacion sobre imagenes binarias

Diremos que T es monotona si $X \subseteq Y \to T(X) \subseteq T(Y)$

Filtros Morfologicos

Si *T* es una aplicacion binaria monotona entonces podemos aplicarla a **cada conjunto** de nivel **por separado** y recomponer los resultados

La recomposicion se puede hacer gracias a la monotonicidad de T

$$
u \quad
\begin{array}{ccc}
[u \geq 0] = X_0 & \longrightarrow & T([u \geq 0]) \\
\rotatebox{90}{$\subseteq$} & & \rotatebox{90}{$\subseteq$} \\
[u \geq 1] = X_1 & \longrightarrow & T([u \geq 1]) \\
\rotatebox{90}{$\subseteq$}\ \vdots & & \rotatebox{90}{$\subseteq$}\ \vdots \\
[u \geq \lambda] = X_\lambda & \longrightarrow & T([u \geq \lambda]) \\
\rotatebox{90}{$\subseteq$}\ \vdots & & \rotatebox{90}{$\subseteq$}\ \vdots \\
[u \geq 255] = X_{255} & \longrightarrow & T([u \geq 255])
\end{array}
\quad \longrightarrow \quad
\boxed{T(u) = \max\{\lambda : (i,j) \in T([u \geq \lambda])\}}
$$

Filtros Morfologicos

- Propiedad: La aplicacion de filtros morfologicos no crea nuevos niveles de gris en la imagen.

- Propiedad: Como los filtros morfologicos estan definidos sobre los conjuntos de nivel.
  Y los conjuntos de nivel son invariantes a cambios de contraste.
  Entonces los filtros morfologicos son invariantes a cambios de contrastes.