

# Morphologie Mathématique : état de l'art

Laurent NAJMAN et Hugues TALBOT

version 1.0

15 mars 2007



## Table des matières

<b>Chapitre 1. Introduction</b> . . . . .	15
<b>Chapitre 2. Conventions pour l'écriture du livre</b> . . . . .	17
2.1. Conventions morphologiques . . . . .	18
2.1.1. Dilatation/Erosion . . . . .	18
2.1.2. Ouverture/Fermeture . . . . .	18
2.1.3. Complémentation . . . . .	19
2.1.4. Fonctions . . . . .	19
2.1.5. Graphes . . . . .	19
2.2. Conventions $\text{\LaTeX}$ . . . . .	19
2.2.1. Votre chapitre et ses figures . . . . .	19
2.2.2. Style . . . . .	21
2.2.3. Bibliographie . . . . .	21
<b>PREMIÈRE PARTIE. FONDEMENTS</b> . . . . .	23
<b>Chapitre 3. Bases</b> . . . . .	25
Laurent NAJMAN, Hugues TALBOT	
3.1. Premières définitions Euclidien, graphe . . . . .	25
3.2. Operateurs de bases . . . . .	25
<b>Chapitre 4. Fondements algébriques de la morphologie</b> . . . . .	27
Christian RONSE, Jean SERRA	
4.1. Introduction . . . . .	27
4.2. Treillis complets . . . . .	27
4.3. Treillis et opérateurs (exemples) . . . . .	27
4.4. Familles de Moore, fermetures et ouvertures . . . . .	27
4.5. Adjonctions . . . . .	28

4.6. Connexions et segmentation connective . . . . .	28
4.7. Filtrage morphologique et hiérarchies . . . . .	28
<b>Chapitre 5. Morphologie continue et EDP . . . . .</b>	<b>29</b>
Jean-Michel MOREL	
5.1. l'analyse multiéchelle et l'équation de la chaleur comme limite de filtres itérés	29
5.2. Les opérateurs de base invariants par contraste, leur forme inf-sup et sup-inf	29
5.3. Exemples : médian, tueur d'extremas de Vincent et Serra, érosions et dilatation affines	29
5.4. La consistance des filtres inf-sup avec des équations aux dérivées partielles	29
5.5. La convergence des filtrages itérés vers les solutions d'équations aux dérivées partielles géométriques	29
5.6. Leur forme, leur interprétation, leur théorie par solution de viscosité	29
5.7. Quelques cas d'étude : snakes, morphologie non-plate et équations de Hamilton-Jacobi, filtrage de films	29
<b>Chapitre 6. Morphologie stochastique . . . . .</b>	<b>31</b>
Christian LANTUÉJOUL	
6.1. Observation aléatoire . . . . .	31
6.2. Phénomène aléatoire . . . . .	31
<b>Chapitre 7. Ligne de partage des eaux dans les espaces discrets . . . . .</b>	<b>33</b>
Gilles BERTRAND	
7.1. Introduction : le paradigme de l'inondation . . . . .	33
7.2. LPE sur les sommets d'un graphe : définition et propriétés, lien avec la valeur de connexion, lien avec l'arbre	
7.3. LPE sur les arêtes d'un graphe : principe de la goutte d'eau, forêts de poids minimum, chemins de plus grand	
<b>Chapitre 8. Ensembles flous et morphologie mathématique . . . . .</b>	<b>35</b>
Isabelle BLOCH	
8.1. Introduction . . . . .	35
8.2. Quelques éléments de la théorie des ensembles flous . . . . .	35
8.3. Dilatations et érosions flous à partir du principe de dualité . . . . .	35
8.3.1. Définitions . . . . .	35
8.3.2. Propriétés . . . . .	35
8.4. Dilatations et érosions flous à partir du principe d'adjonction . . . . .	36
8.4.1. Définitions . . . . .	36
8.4.2. Propriétés . . . . .	36
8.5. Liens entre les deux approches . . . . .	36
8.6. Application à la définition de relations spatiales . . . . .	36
<b>DEUXIÈME PARTIE. FILTRAGE ET CONNEXITÉ . . . . .</b>	<b>37</b>
<b>Chapitre 9. Opérateurs connexes et arbre des coupes . . . . .</b>	<b>39</b>
Philippe SALEMBIER	
9.1. Introduction . . . . .	39

9.2. Opérateurs connexes . . . . .	39
9.3. Représentations d'image par structure arborescente . . . . .	39
9.4. Filtrage par élagage . . . . .	39
9.5. Conclusions . . . . .	39
<b>Chapitre 10. Nivellement et reconstruction</b> . . . . .	41
Fernand MEYER, Corinne VACHIER	
10.1.L'inondation morphologique . . . . .	41
10.2.Exemples : les reconstructions, les arasements, les nivellements morphologiques, éventuellement nivellement	
10.3.Applications à l'analyse granulométrique . . . . .	41
<b>Chapitre 11. Distances, granulométries et squelettes</b> . . . . .	43
Michel COUPRIE, Hugues TALBOT	
11.1.Introduction . . . . .	43
11.2.Distances discrètes . . . . .	43
11.3.Granulométries . . . . .	44
11.4.Squelettes . . . . .	44
11.5.* . . . . .	44
<b>Chapitre 12. Segmentation Morphologique</b> . . . . .	45
Fernand MEYER, Laurent NAJMAN	
12.1.Partitions, connexions, relations d'équivalence, distance ultramétrique binaire	45
12.2.Le paradigme de base de la segmentation morphologique : segmentation = reconnaissance + délinéation	45
12.3.Quel marqueurs ? . . . . .	45
12.4.Quel gradient ? . . . . .	45
12.5.Quelle watershed ? . . . . .	46
12.6.Formulations équivalentes de la segmentation avec marqueurs . . . . .	46
12.7.Fusion de régions, classification, et segmentations hiérarchiques (la façon morphologique de fusionner des ré	
12.8.Algèbre des hiérarchies. . . . .	46
12.9.Construction des hiérarchies/distances ultramétriques . . . . .	46
12.10.Discussion : top-down versus bottom-up ? . . . . .	46
12.11.Coupes non horizontales dans une hiérarchie . . . . .	46
<b>TROISIÈME PARTIE. MORCEAUX CHOISIS</b> . . . . .	47
<b>Chapitre 13. Couleur et images multi-variées</b> . . . . .	49
Jesús ANGULO, Jocelyn CHANUSSOT	
13.1.Introduction . . . . .	49
13.2.Notions de base et notations . . . . .	50
13.2.1.Bref rappel sur les espaces couleur . . . . .	50
13.2.2.D'autres images multi-variées . . . . .	50
13.2.3.Distances couleur et spectrales . . . . .	50

12 Morphologie Mathématique

13.2.4.	Ordres vectoriels . . . . .	50
13.3.	Opérateurs morphologiques pour le filtrage couleur . . . . .	50
13.3.1.	Treillis couleur : érosion/dilatation couleur et opérateurs dérivés . . . . .	50
13.3.2.	Ordres totaux par entrelacement de bits . . . . .	51
13.3.3.	Ordres totaux par cascades lexicographiques . . . . .	51
13.3.4.	Ordres totaux par distance à une référence complétés par cascades lexicographiques . . . . .	51
13.3.5.	Traitement marginal et combinaison : cas des chapeaux haut de forme chromatiques/achromatiques . . . . .	51
13.4.	Morphologie mathématique et segmentation couleur . . . . .	51
13.4.1.	Segmentation marginale et combinaison : cas de la fusion en LSH contrôlée par la saturation . . . . .	51
13.4.2.	Distances couleur et zones quasi-plates . . . . .	51
13.4.3.	Utilisation de la LPE basée sur un treillis vectoriel . . . . .	51
13.4.4.	Gradients couleur et applications de la LPE . . . . .	51
13.4.5.	Approches par marqueur . . . . .	51
13.5.	Conclusion . . . . .	52
<b>Chapitre 14. Algorithmique . . . . .</b>		<b>53</b>
Thierry GÉRAUD, Hugues TALBOT, Marc VDB		
<b>QUATRIÈME PARTIE. APPLICATIONS . . . . .</b>		<b>55</b>
<b>Chapitre 15. Identification de diatomées par morphologie mathématique . . . . .</b>		<b>57</b>
Michael WILKINSON, Erik URBACH, Andre JALBA, Jos ROERDINK		
<b>Chapitre 16. Segmentation cardiaque 3d+t . . . . .</b>		<b>59</b>
Jean COUSTY, Laurent NAJMAN, Michel COUPRIE		
16.1.	Introduction . . . . .	59
16.2.	Problème et connaissance a-priori . . . . .	59
16.3.	Méthode . . . . .	60
16.3.1.	Segmentation de l'endocarde . . . . .	60
16.3.2.	Segmentation de l'épicarde . . . . .	60
16.4.	Résultat . . . . .	60
16.5.	Conclusion . . . . .	60
<b>Chapitre 17. Imagerie médicale 2 . . . . .</b>		<b>61</b>
Benoît NAEGEL, Nicholas PASSAT, Christian RONSE		
17.1.	Introduction . . . . .	61
17.2.	Modèles de connaissance anatomiques . . . . .	61
17.3.	Transformée en tout-ou-rien à niveaux de gris (ou Opérateurs d'intervalles ?) . . . . .	62
17.4.	Deux exemples d'application en segmentation angiographique . . . . .	62
17.4.1.	Segmentation du réseau hépatique en imagerie X . . . . .	62
17.4.2.	Segmentation du réseau cérébral en IRM . . . . .	62
17.5.	Conclusion . . . . .	62

<b>Chapitre 18. Compression</b> . . . . .	63
Beatriz MARCOTEGUI, Philippe SALEMBIER	
18.1.Introduction . . . . .	63
18.2.Décomposition ondelette et Lifting morphologique . . . . .	63
18.3.Décomposition pyramidale . . . . .	63
18.4.Décomposition orientée région . . . . .	63
18.5.Conclusions . . . . .	63
<b>Chapitre 19. Imagerie satellitaire</b> . . . . .	65
Pierre SOILLE	
<b>Chapitre 20. Traitement du document</b> . . . . .	67
Dan BLOOMBERG, Luc VINCENT	
<b>Chapitre 21. Matériaux</b> . . . . .	69
Dominique JEULIN	
<b>Chapitre 22. Feu de forêt</b> . . . . .	71
Jean SERRA	
<b>Annexes</b> . . . . .	72
.1. Bibliographie . . . . .	73
<b>Index</b> . . . . .	75
.2. * . . . .	76
.3. * . . . .	76
.4. * . . . .	76
.5. * . . . .	76
.6. * . . . .	76
.7. * . . . .	76



## Chapitre 1

# Introduction

Ceci est une belle introduction au non moins beau livre sur la morpho.



## Chapitre 2

# Conventions pour l'écriture du livre

Ce livre est à écrire à l'aide du système  $\LaTeX$ . Nous recommandons le système  $\TeX$  pour Linux/Unix,  $\text{MikTeX}$  pour Windows et  $\text{TeXshop}$  pour OS/X. Nous recommandons fortement de ne pas utiliser de système tiers interfaçant à  $\TeX$ , comme par exemple LyX ou Scientific Word, car il est plus délicat d'intégrer le travail des auteurs provenant de ces systèmes.

Le style du livre est donné par Hermes, il s'agit de `ouvrage-hermes.cls` (un peu modifié par nos soins). Le mode d'emploi est en ligne sur le site de ce livre. La principale recommandation qui peut vous donner un peu de travail est d'utiliser la commande `\index` devant les mots clefs à indexer.

On utilisera l'environnement `amsmath`. Des macros pour les symboles usuels sont disponibles dans le fichier `morpho.sty`.

Le fichier principal est `livreMorpho.ltx`. Il se compile avec la commande "make" sous unix. Pour ceux qui utilisent windows, nous recommandons l'installation de cygwin, <http://cygwin.org>, un environnement "Unix-like" pour windows. N'oubliez pas d'installer la partie  $\LaTeX$  (dans les options de l'installateur).

Le fichier `makefile` est normalement prévu pour être utilisable sous une console dos sous windows, à condition de faire les modifications adaptées décrites dans le `makefile`. Nous souhaitons bon courage à ceux qui voudraient se lancer dans cette approche.

## 2.1. Conventions morphologiques

Principalement, pour la définition des opérateurs de base, nous utilisons la convention Sternberg/Heijmans/Ronse [HEI 94], c'est-à-dire (notation extraites du chapitre « Mathematical Morphology », de I. Bloch, H. Heijmans et Ch. Ronse dans *Handbook on Spatial Logics* (M. Aiello, I. Pratt-Hartmann & J. van Benthem, eds.), Chapitre 14, Springer, à paraître).

Cette convention est la plus compatible avec le cadre algébrique.

L'espace  $E$  est soit  $\mathbb{R}^n$  soit  $\mathbb{Z}^n$ .

### 2.1.1. Dilatation/Erosion

La dilatation est donnée par :

$$\begin{aligned} X \oplus B &= \bigcup_{b \in B} X_b \\ &= \bigcup_{x \in X} B_x \\ &= \{x + b, x \in X, b \in B\} \end{aligned}$$

L'érosion par

$$\begin{aligned} X \ominus B &= \bigcap_{b \in B} X_{-b} \\ &= \{p \in E, B_p \subseteq X\} \end{aligned}$$

On pourra également utiliser les notations usuelles  $\delta_B$  et  $\varepsilon_B$  pour la dilatation et l'érosion respectivement.

### 2.1.2. Ouverture/Fermeture

L'ouverture est définie par :

$$\begin{aligned} X \circ B &= (X \ominus B) \oplus B \\ &= \bigcup \{B_p, p \in E \text{ et } B_p \subseteq X\} \end{aligned}$$

La fermeture est définie par :

$$X \bullet B = (X \oplus B) \ominus B.$$

On pourra utiliser les notations  $\gamma_B$  et  $\varphi_B$  pour l'ouverture et la fermeture morphologique respectivement.

### 2.1.3. Complémentation

Avec ces définitions, en utilisant  $()^c$  comme l'opérateur de complémentation et  $\check{X}$  pour dénoter le symétrique (ou le transposé) de  $X$ , on a :

$$(X \circ B)^c = X^c \bullet \check{B} \text{ et } (X \bullet B)^c = X^c \circ \check{B}.$$

### 2.1.4. Fonctions

$T$  est l'espace des niveaux de gris, un sous-ensemble de  $\overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ . Ce sous-ensemble pourra éventuellement être discret ou borné.

L'ensemble des fonctions est  $T^E$ .

On utilisera  $F$  et  $G$  comme exemples de fonctions, par exemple

$$F \leq G \iff \forall p \in E, F(p) \leq G(p).$$

### 2.1.5. Graphes

Pour la donnée d'un graphe, on n'utilisera pas  $G$  mais  $(E, \Gamma)$  avec  $\Gamma$  le voisinage, et  $\Gamma(x)$  les voisins de  $x$ .

## 2.2. Conventions L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

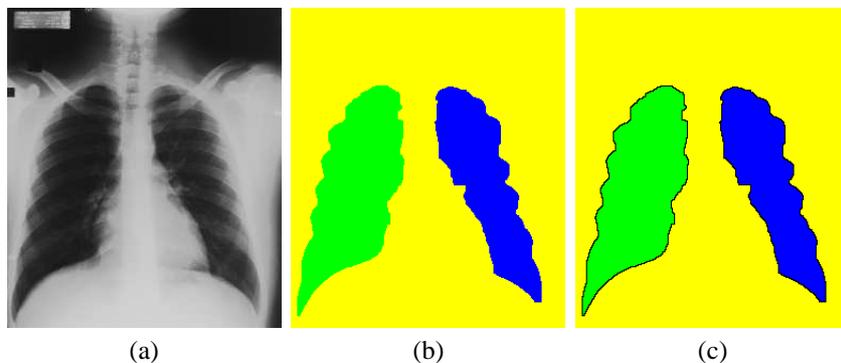
### 2.2.1. Votre chapitre et ses figures

Chaque chapitre a un numéro qui lui est propre. Par exemple, le premier chapitre qui introduit les bases de la morpho s'appelle 11.bases.tex. Ses figures sont à mettre dans le répertoire 11.figures.

Le style Hermes oblige d'utiliser epsfig. Illustrons par un exemple. Le chapitre actuel est le numéro 00. Ses figures sont dans le répertoire 00.figures. Le code  $\LaTeX$  suivant

```
\begin{center}
  \begin{tabular}{ccc}
    \epsfig{file=00.figures/chest_xray_f1as.eps,width=0.3\textwidth}
    & \epsfig{file=00.figures/chest_xray_segmented_nobnd.eps,width=0.3\textwidth}
    & \epsfig{file=00.figures/chest_xray_segmented_withbnd.eps,width=0.3\textwidth} \\
    \makebox{(a)} & \makebox{(b)} & \makebox{(c)} \\
  \end{tabular}
\end{center}
```

produit la figure suivante



Nous fournissons la macro `\tripleImage` qui produit le même résultat :

```
\tripleImage{file=00.figures/chest_xray_f1as.eps,width=0.3\textwidth}{(a)}
{file=00.figures/chest_xray_segmented_nobnd.eps,width=0.3\textwidth}{(b)}
{file=00.figures/chest_xray_segmented_withbnd.eps,width=0.3\textwidth}{(c)}
```

D'autres macros pour les images sont disponibles dans `morpho.sty`.

### **2.2.2. *Style***

Nous proposons un style complet pour chaque chapitre, ainsi qu'une bibliothèque de définitions. L'un et l'autre pourront être changés au cours de la rédaction.

Nous n'encourageons pas l'utilisation de macros. Si vous voulez le faire, nous les regrouperons dans le fichier `morpho.sty`. Vous devez donc nous les faire parvenir AVANT de les utiliser.

### **2.2.3. *Bibliographie***

Nous proposons une bibliographie unique en fin d'ouvrage afin d'éviter l'effet « collection disparate d'articles ». Nous nous chargerons d'éliminer les doublons, etc. Cela veut dire que si vous voulez ajouter quelque chose dans la bibliographie, il faut nous l'envoyer, nous nous chargerons de mettre à jour le fichier `morpho.bib`.

Pour partir d'une base saine, nous proposons d'utiliser l'excellente base de citations de Pierre Soille [SOI 99], disponible sur le site du livre.



PREMIÈRE PARTIE

Fondements



## Chapitre 3

# Introduction : Opérateurs morphologiques de base

Et maintenant [SER 82], le contenu du chapitre sera le suivant :

### **3.1. Premières définitions Euclidien, graphe**

- Plusieurs vues intuitives de la morpho
- Fixer les définitions
- binaire et NdG

### **3.2. Opérateurs de bases**

- Filtrage ASF, etc
- résidus ( squelette, erod ultimes, bissectrice, gradient, Top Hat)
- Geodesie, filtre connexes
- Distance



## Chapitre 4

# Fondements algébriques de la morphologie

### 4.1. Introduction

### 4.2. Treillis complets

- Ensembles partiellement ordonnés et treillis complets (deux exemples : chaînes et  $P(E)$ )
- Dualité
- Éléments remarquables (atomes, sup-générateurs)
- Distributivité
- Convergence monotone séquentielle

### 4.3. Treillis et opérateurs (exemples)

- Treillis booléens et  $P(E)$
- Treillis produits
- Trois treillis de fonctions numériques (toutes les fns, fonctions scs, et fns de Lipschitz)
- Treillis de partitions
- Treillis d'opérateurs (croissants, extensifs)

### 4.4. Familles de Moore, fermetures et ouvertures

- Familles de Moore et fermetures

---

Chapitre rédigé par Christian RONSE et Jean SERRA.

28 Morphologie Mathématique

- Ouvertures
- Génération de fermetures et ouvertures

**4.5. Adjonctions**

- Adjonctions, dilatations et érosions
- Ouvertures et fermetures par adjonction
- Connexions de Galois
- Cas ensembliste
- Cas des fonctions numériques

**4.6. Connexions et segmentation connective**

- Connexions et ouvertures connexes
- Segmentation connective
- quatre exemples : zones plates, connexion lisse, par sauts, LPE

**4.7. Filtrage morphologique et hiérarchies**

- Treillis des filtres
- Filtres alternés
- Filtres connexes
- Hiérarchies et semi-groupes de Matheron
  - granulométries
  - filtres alternés séquentiels
  - nivellements

## Chapitre 5

# Morphologie continue et EDP

Mots clés : équation de la chaleur, invariance par changement de contraste, opérateurs différentiels, courbure, lissage multiéchelle, opérateurs affines invariants, filtres itérés, formes inf-sup et sup-inf pour les opérateurs monotones, solutions de viscosité.

Plan du chapitre (bien entendu il s'agit d'un review et beaucoup de choses seront résumées).

**5.1. L'analyse multiéchelle et l'équation de la chaleur comme limite de filtres itérés**

**5.2. Les opérateurs de base invariants par contraste, leur forme inf-sup et sup-inf**

**5.3. Exemples : médian, tueur d'extremas de Vincent et Serra, érosions et dilatation affines**

**5.4. La consistance des filtres inf-sup avec des équations aux dérivées partielles**

**5.5. La convergence des filtrages itérés vers les solutions d'équations aux dérivées partielles géométriques**

**5.6. Leur forme, leur interprétation, leur théorie par solution de viscosité**

**5.7. Quelques cas d'étude : snakes, morphologie non-plate et équations de Hamilton-Jacobi, filtrage de films**

---

Chapitre rédigé par Jean-Michel MOREL.



## Chapitre 6

# Morphologie stochastique

### **6.1. Observation aléatoire**

- méthodes transitives
- géométrie intégrale
- échantillonnage d'importance

### **6.2. Phénomène aléatoire**

- caractérisation statistique d'un modèle aléatoire
- texture
- estimation par krigeage
- estimation par simulation (sous contrainte)

En ce qui concerne les mots-clés, outre les thèmes mentionnés, je te propose

- loi spatiale
- capacité de Choquet
- portée intégrale
- variance de dispersion
- algorithme de Metropolis
- restriction de chaîne de Markov



## Chapitre 7

# Ligne de partage des eaux dans les espaces discrets

**7.1. Introduction : le paradigme de l'inondation**

**7.2. LPE sur les sommets d'un graphe : définition et propriétés, lien avec la valeur de connexion, lien avec l'arbre des composantes**

**7.3. LPE sur les arêtes d'un graphe : principe de la goutte d'eau, forêts de poids minimum, chemins de plus grande pente**



## Chapitre 8

# Ensembles flous et morphologie mathématique

### 8.1. Introduction

Motivation : pourquoi il est intéressant d'étendre la morpho au flou

### 8.2. Quelques éléments de la théorie des ensembles flous

Quelques définitions de base (fonction d'appartenance, t-norme, t-conorme, etc.) qui sont utilisées dans la suite

### 8.3. Dilatations et érosions floues à partir du principe de dualité

#### 8.3.1. Définitions

dilatation = sup d'une t-norme, érosion = inf d'une t-conorme, ouverture et fermeture par composition,

#### 8.3.2. Propriétés

Toutes sont vérifiées pour au moins certains choix de t-normes et t-conormes. La plupart quel que soit ce choix.

---

Chapitre rédigé par Isabelle BLOCH.

## **8.4. Dilatations et érosions floues à partir du principe d'adjonction**

### **8.4.1. Définitions**

### **8.4.2. Propriétés**

## **8.5. Liens entre les deux approches**

Paires d'opérateurs flous duaux / adjoints

Conditions pour avoir les deux

Equivalence avec les conditions pour avoir des ouvertures et fermetures idempotentes dans

la première approche / des opérations duales dans la deuxième approches

## **8.6. Application à la définition de relations spatiales**

Quelques mots sur l'utilisation de la morpho floue (dilatations en particulier) pour définir l'adjacence, des distances, des relations directionnelles, etc. entre ensembles flous.

Utile pour la reconnaissance de structures dans les images à partir de modèles structurels (avec quelques illustrations en imagerie médicale)

DEUXIÈME PARTIE  
Filtrage et connexité



## Chapitre 9

# Opérateurs connexes et arbre des coupes

### 9.1. Introduction

### 9.2. Opérateurs connexes

### 9.3. Représentations d'image par structure arborescente

Max-tree, Min-tree, arbre des composantes, Arbre binaire de partition

### 9.4. Filtrage par élagage

- a. Critère croissant
- b. Critère non-croissant
- c. Optimisation sous contrainte

### 9.5. Conclusions

Mot-cles : Opérateurs connexes, Max-tree, Min-tree, Arbre des composantes, Arbre binaire de partition, Elagage, Viterbi, Optimization.



## Chapitre 10

# Nivellement et reconstruction

### **10.1. L'inondation morphologique**

définition, propriétés, algorithme

notamment : connexité, préservation des contours,

décroissance du nombre d'extréma

suite d'inondations : partitions emboîtées...

### **10.2. Exemples : les reconstructions, les arasements, les nivellements morphologiques, éventuellement nivellements visqueux**

### **10.3. Applications à l'analyse granulométrique**

niveaux granulométriques critiques = extinction des extréma, des arcs de contour...

Mots clefs : inondation morphologique, connexité, partitions emboîtées, reconstructions, arasements, nivellements morphologiques, analyse granulométrique, extinction des extréma, des arcs de contours



## Chapitre 11

# Distances, granulométries et squelettes

### 11.0.0.0.1. keyword

Distance euclidienne, algorithmes, géométrie discrète, homotopie, axe médian, point simple, ébarbulage, érodé ultime.

### 11.1. Introduction

- Problématique : résidus et mesure.
- Propriété d'absorption, famille granulométrique, formule des érodés ultimes.
- Définitions : distance, homotopie, squelette par boules maximales, squelette par feux de prairie.
- Propriétés du squelette dans le continu (Matheron). Problématique discrète : objet mince, centré, homotopique.
- Axe médian : formule de Lantuéjoul,
- Approches par HMT, approches parallèles, approches dirigées, approches continues (EDP), par la géoalgo.
- Filtrage du squelette (ébarbulage, etc).

### 11.2. Distances discrètes

- Distance discrètes classiques
- Distance du chanfrein
- Distance Euclidiennes approximatives

---

Chapitre rédigé par Michel COUPRIE et Hugues TALBOT.

- Distance Euclidienne, algorithmes linéaires.
- Distance géodésiques
- Algorithmes inspirés du continu (FMM, etc)
- Illustrations et Applications : dilatations euclidiennes, chemins minimaux.

### **11.3. Granulométries**

- Résidus
- Principe
- Familles absorbantes
- Extension aux niveaux de gris.
- Algorithmes classiques
- Algorithmes rapides (1D)
- Illustrations, application : diagnostic poumon, vieillissement, texture.

### **11.4. Squelettes**

- Notion de point simple en 2D
- Points simples en 3D
- Algorithmes pour le squelette euclidien
- Types de squelettes (surface, filaire, minimal)
- Filtrage du squelette
- Fonction bissectrice
- Homotopie et analyse d'image (segmentation en conservant l'homotopie).
- Illustration, applications : recalage 3D rapide, classification de forme, analyse des schéma booléen.

### **11.5. \***

Conclusion

## Chapitre 12

# Segmentation Morphologique

### **12.1. Partitions, connexions, relations d'équivalence, distance ultramétrique binaire**

### **12.2. Le paradigme de base de la segmentation morphologique : segmentation = reconnaissance + délinéation**

– Reconnaissance = filtrage + reconstruction = segmentation grossière = les marqueurs.

On peut déjà avoir une segmentation, en extrayant par exemple les blobs les plus significatifs de l'arbre des coupes.

– Délinéation = segmentation précise, par zones plates, par connexion lisse, par sauts, et bien sur par lpe.

### **12.3. Quel marqueurs ?**

– minima, maxima, zones plates, extensions des notions précédentes

– cas particulier de la couleur

### **12.4. Quel gradient ?**

– construction gradients

– introduction de la viscosité

– fermeture des contours

### **12.5. Quelle watershed ?**

Matérialisation ou non de la ligne de frontière. graphes. Liens/Rappel avec le chapitre de Gilles Bertrand.

### **12.6. Formulations équivalentes de la segmentation avec marqueurs**

- swamping
- inondation synchrone avec absence de sources dans les bassins versants marqueurs
- forêt de poids minimal sur le graphe de voisinage : chaque arbre est enraciné dans un marqueur
- skiz des marqueurs pour distance lexicographique

### **12.7. Fusion de régions, classification, et segmentations hiérarchiques (la façon morphologique de fusionner des régions)**

distance ultramétrique,

### **12.8. Algèbre des hiérarchies.**

### **12.9. Construction des hiérarchies/distances ultramétriques**

- Segmentation classique -> hiérarchie liée aux seuils successifs.
- Cascades de nivellements ou d'inondations -> bassins versants emboîtés
- inondations synchrones
- waterfalls
- marqueurs emboîtés
- marqueurs flous
- fusions multicritères
- Saillance des contours

### **12.10. Discussion : top-down versus bottom-up ?**

### **12.11. Coupes non horizontales dans une hiérarchie**

TROISIÈME PARTIE  
Morceaux choisis



## Chapitre 13

# Couleur et images multi-variées

**MOTS-CLEFS** : filtrage couleur, segmentation couleur, espaces couleur, luminance/ saturation/ teinte, distance couleur, ordre vectoriel conditionnel, ordre vectoriel réduit, ordre vectoriel total, érosion/dilatation couleur, chapeaux haut de forme couleur, fusion de partitions, LPE, gradient couleur

### 13.1. Introduction

Doit implicitement répondre à la question : pourquoi y a t il un chapitre spécifique sur ces aspects ?

Réponse en deux temps :

– **importance des images multi-variées en général et de la couleur en particulier** : la diversité, généralement spectrale, d'information apportée permet d'apporter des solutions à de nombreuses applications que l'imagerie en niveau de gris ne sait pas traiter (analyse, segmentation...). Importance particulière de l'imagerie couleur dans l'utilisation grand public (photographie, TV etc...). Axé sur les images couleur en donnant des perspectives (voire des généralités) pour les images multi-composantes. Dire aussi pourquoi on donnera plus d'importance aux développements dans le cadre de l'espace lum/sat/hue : interprétation humaine haut niveau de la couleur, séparation de l'information chromatique/achromatique.

– **nécessité de développements spécifiques** : la nature vectorielle des données, couplée à la signification physique des composantes dans le cas de la couleur, implique des développements théoriques et méthodologiques. Les opérateurs classiques

---

Chapitre rédigé par Jesús ANGULO et Jocelyn CHANUSSOT.

en niveau de gris ne peuvent s'appliquer de manière immédiate. Parler du fait que pour le filtrage vs. la segmentation les difficultés ne sont pas les mêmes ni la manière de "généraliser" la morpho à la couleur.

Organisation du chapitre :

- notions de base et notations
- partie filtrage couleur
- partie segmentation couleur

## **13.2. Notions de base et notations**

### **13.2.1. *Bref rappel sur les espaces couleur***

Principalement introduire les notations associées pour les images en RGB, Lum/Sat/Hue et  $L^*a^*b^*$  et leurs particularités qui seront importantes par la suite (e.g., Hue définit sur le cercle unité, pas d'ordre naturel mais manière de s'affranchir) car l'extension de certains opérateurs (voir l'introduction de nouveaux) sera fortement dépendante de la nature de l'espace de représentation des variables couleur

### **13.2.2. *D'autres images multi-variées***

Bref rappel sur des exemples (multi-hyper spectrales, séries temporelles, multi-labels, tenseurs, etc.) et notations associées si des exemples seraient montrés.

### **13.2.3. *Distances couleur et spectrales***

### **13.2.4. *Ordres vectoriels***

Rappel sur la typologie de Barnett.

L'ordre marginal produit des fausses couleurs (pas toujours critique).

Justifier le besoin des ordres vectoriels qui fournissent des treillis complets totalement ordonnés (en liaison avec ce qui aura déjà été dit dans le chapitre de Serra et Ronse).

## **13.3. Opérateurs morphologiques pour le filtrage couleur**

### **13.3.1. *Treillis couleur : érosion/dilatation couleur et opérateurs dérivés***

Dire que si nous avons un ordre total  $\Omega$  qui permet de définir le sup et l'inf nous avons notre treillis complet totalement ordonnés et par conséquent les opérateurs de

la morpho présentés dans les chapitres précédents peuvent se définir pour les images couleur.

**13.3.2. Ordres totaux par entrelacement de bits**

**13.3.3. Ordres totaux par cascades lexicographiques**

**13.3.4. Ordres totaux par distance à une référence complétés par cascades lexicographiques**

**13.3.5. Traitement marginal et combinaison : cas des chapeaux haut de forme chromatiques/achromatiques**

**13.4. Morphologie mathématique et segmentation couleur**

**13.4.1. Segmentation marginale et combinaison : cas de la fusion en LSH contrôlée par la saturation**

**13.4.2. Distances couleur et zones quasi-plates**

L'usage d'une distance couleur permet de le faire (les zones quasi-plates auraient déjà étaient définies dans d'autres chapitres)

**13.4.3. Utilisation de la LPE basée sur un treillis vectoriel**

**13.4.4. Gradients couleur et applications de la LPE**

Montrer que l'application de la LPE bien étudiée dans les chapitres précédents peut facilement s'utiliser pour segmenter les images couleur au moyen d'un gradient couleur.

Donner les différentes définitions de gradients couleur et leurs particularités.

**13.4.5. Approches par marqueur**

Introduire l'avantage de la couleur/images spectrales pour extraire de marqueurs (par classification, e.g. k-means) qui aide ensuite à la LPE

### **13.5. Conclusion**

Il existe différentes extensions possibles de la morphologie mathématique au cadre vectoriel.

Le choix s'opère par l'utilisateur en fonction de son application et des propriétés qu'il souhaite préserver (unicité des définitions, apparition de fausses couleurs, importance de telle ou telle composante, objectif de segmentation : choix des marqueurs, etc....)

## Chapitre 14

# Algorithmique

Opérateurs de comparaison

deux grosses catégories d'opérateurs

- 1) ceux de la morpho à élément structurant ex : érosion...
- 2) ceux qui sont "géodésiques" / qui s'intéressent aux composantes (objets, attributs) ex : reconstruction, ligne de partage des eaux, ...

Pour la catégorie 1 :

- les algo. naïf (d'après Minkovski) = avec éventuellement front et distance (si par exemple  $\text{élt} = \text{disque centré}$ )
- décomposition (avec  $\text{élt}$  de forme arbitraire) ex : votre article de PRL 96
- sinon, on tombe dans les cas particuliers ex : les lignes, etc.

Pour la catégorie 2, les différentes approches sont :

- union-find
- queue de priorité
- séquentiel
- parallèle.

Pour cette dernière catégorie, l'intérêt est de montrer le squelette des algos qui est adaptable pour obtenir de larges classes d'opérateurs (dont les propositions de morphos auto-duales).

QUATRIÈME PARTIE

Applications



## Chapitre 15

# Identification de diatomées par morphologie mathématique

Mots clefs : Image analysed microscopy, diatoms, morphological curvature scale-space, attribute filters, connected filters, multivariate pattern spectra.

---

Chapitre rédigé par Michael WILKINSON et Erik URBACH et Andre JALBA et Jos ROERDINK.



## Chapitre 16

# Segmentation morphologique appliquée à l'imagerie cardiaque 3D+t

16.0.0.0.2. keyword

Segmentation morphologique, imagerie cardiaque, ligne de partage des eaux 4D.

### 16.1. Introduction

- Imagerie médicale = Capteur + Logiciel
- Capteur -- > image 3D+t du coeur
- Problème 1 : Difficulté d'interprétation de l'image brute
- Problème 2 : Obtenir des mesures précises
- Nécessité d'un logiciel pour analyser les images
- Les connaissances a-priori (géométrie, cohérence spatio-temporelle ...) permettent de spécifier la chaîne d'opérateurs à utiliser

### 16.2. Problème et connaissance a-priori

- Les objets d'intérêts : endocarde, épicarde
- Leur propriétés géométriques (forme), topologiques (relation entre les deux objets) et de teinte (dans les images IRM)

---

Chapitre rédigé par Jean COUSTY et Laurent NAJMAN et Michel COUPRIE.

### **16.3. Méthode**

- Rappel (si besoin) sur la segmentation morphologique : 1 reconnaissance (= recherche de marqueurs), 2 délimitation (en général LPE), 3 lissage
- La connaissance a-priori prise en compte dans (1) et (3)

#### **16.3.1. Segmentation de l'endocarde**

- Seuil haut (= reconnaissance)
- Dilatation géodésique seuil haut dans seuil bas (= délimitation)
- Conformément au modèle : pas de lissage

#### **16.3.2. Segmentation de l'épicarde**

- Marqueur interne : dilatation de l'endocarde contraint par des objets extérieur à l'épicarde (extraits par seuillage). N.B. : définition originale de la dilatation contrainte (basée sur le SKIZ)
- Marqueur externe : érosion (avec préservation de la topologie) ultime du complémentaire de l'endocarde contraint par (i) un ensemble permettant de limiter la distance endo/épi carde et (ii) un ensemble d'objets extérieur à l'épicarde.
- Délimitation : LPE (sur les sommets, arêtes, complexes simpliciaux et alors Gilles B. ?) en 4D
- Lissage : filtre séquentiel alterné / relation modèle conique de l'épicarde

### **16.4. Résultat**

- Visualisation de la géométrie du cœur au cours du temps. (Pb. 1)
- Avantage de la LPE 4D versus 3D : prise en compte de la cohérence temporelle.
- Extraction de paramètres caractéristiques : volume sanguin, masse myocardique, fraction d'éjection. (Pb. 2)
- Méthode rapide : peut être utilisée en routine clinique.

### **16.5. Conclusion**

- Apport de la morpho pour ce problème.
- Ouverture sur une autre forme de connaissance a-priori : atlas (cf, chapitre Imagerie Médicale 2).

## Chapitre 17

# Imagerie médicale 2

Mots-clefs : segmentation, imagerie angiographique 3D, modèles de connaissance, transformée en tout-ou-rien (ou opérateur d'intervalle ?).

### 17.1. Introduction

– Texte introductif<sup>1</sup> pour amener le sujet, articulé autour de l'utilisation de connaissance a priori pour améliorer les processus de segmentation.

– Plan du chapitre.

### 17.2. Modèles de connaissance anatomiques

– Discussion sur la manière de modéliser de la connaissance a priori afin de guider des procédures de segmentation à base de morphologie mathématique (quels types de connaissance, quels modèles ils peuvent naturellement induire, ...).

– Premier exemple : modèle « morphologique », consistant à déterminer de manière qualitative « à quoi ressemble » une structure bien particulière à segmenter, pour en déduire ensuite des opérateurs et éléments structurants adéquats : illustration avec la détermination de l'entrée de la veine porte (visuel).

– Second exemple : modèle « statistique », consistant à partir sur des a priori morphologiques plus simples (modèles tubulaires) mais plus universels, et à se focaliser

---

Chapitre rédigé par Benoit NAEGEL et Nicholas PASSAT et Christian RONSE.

1. N.B. : Jean Cousty pourrait peut être articuler sa partie introductive sur des aspects plus historiques et insister plus sur le fait que la morphologie mathématique permet de suivre les progrès technologiques rapides effectués en imagerie médicale (ce qui amènerait naturellement la problématique de la 3D+t) ?

sur des critères quantitatifs pour définir un modèle fonctionnel (un/des critères en fonction d'un/des paramètres) : illustration avec l'atlas cérébral (formel + visuel).

### **17.3. Transformée en tout-ou-rien à niveaux de gris (ou Opérateurs d'intervalles ?)**

- Discussion sur la capacité de la MM à prendre en compte, par définition, la notion de forme, par le biais de la notion d'ES.
- Discussion sur la manière d'utiliser cette notion afin d'intégrer des contraintes de forme dans un processus de détection ou de segmentation, pour glisser vers la notion d'opérateur d'intervalle (adapté à la détection d'objets dont la forme est située entre une forme « min » et une forme « max », avec une forte indépendance par rapport à des aspects purement photométriques).
- Exemple illustratif : la TTRNG (à définir si ce n'est pas fait dans les chapitres théoriques) et son adéquation au problème de l'utilisation de connaissance, ...

### **17.4. Deux exemples d'application en segmentation angiographique**

- Explication de la problématique de l'imagerie vasculaire (complexité du problème lié aux données et à leur qualité).

#### **17.4.1. Segmentation du réseau hépatique en imagerie X**

- Description anatomique et des images.
- Description rapide et informelle de la méthode.
- Description formelle de l'algorithme.
- Résultats (+ jolie image) et rapide discussion.

#### **17.4.2. Segmentation du réseau cérébral en IRM**

- Description anatomique et des images.
- Description rapide et informelle de la méthode.
- Description formelle de l'algorithme.
- Résultats (+ jolie image) et rapide discussion.

### **17.5. Conclusion**

- Les perspectives possibles de ce genre d'approches en général (est des exemples en particulier ?).
- Évoquer des travaux suivant la même philosophie, non abordés ici (connaissance relationnelle, connaissance topologique, ...), en pointant sur quelques références adéquates.

## Chapitre 18

# Compression

### **18.1. Introduction**

### **18.2. Décomposition ondelette et Lifting morphologique**

- a. Schéma de décomposition
- b. Exemples classiques

### **18.3. Décomposition pyramidale**

- a. Schéma de décomposition
- b. Squelette et squelette géodésique

### **18.4. Décomposition orientée région**

- a. Le problème de l'analyse débit/distorsion dans un cadre de segmentation
- b. Segmentation hiérarchique morphologique image fixe
- c. Segmentation hiérarchique morphologique séquence

### **18.5. Conclusions**

---

Chapitre rédigé par Beatriz MARCOTEGUI et Philippe SALEMBIER.



## Chapitre 19

# Imagerie satellitaire

---

Chapitre rédigé par Pierre SOILLE.



## Chapitre 20

# Traitement du document

---

Chapitre rédigé par Dan BLOOMBERG et Luc VINCENT.



Chapitre 21

## Matériaux

---

Chapitre rédigé par Dominique JEULIN.



Chapitre 22

Feux de forêt

---

Chapitre rédigé par Jean SERRA.

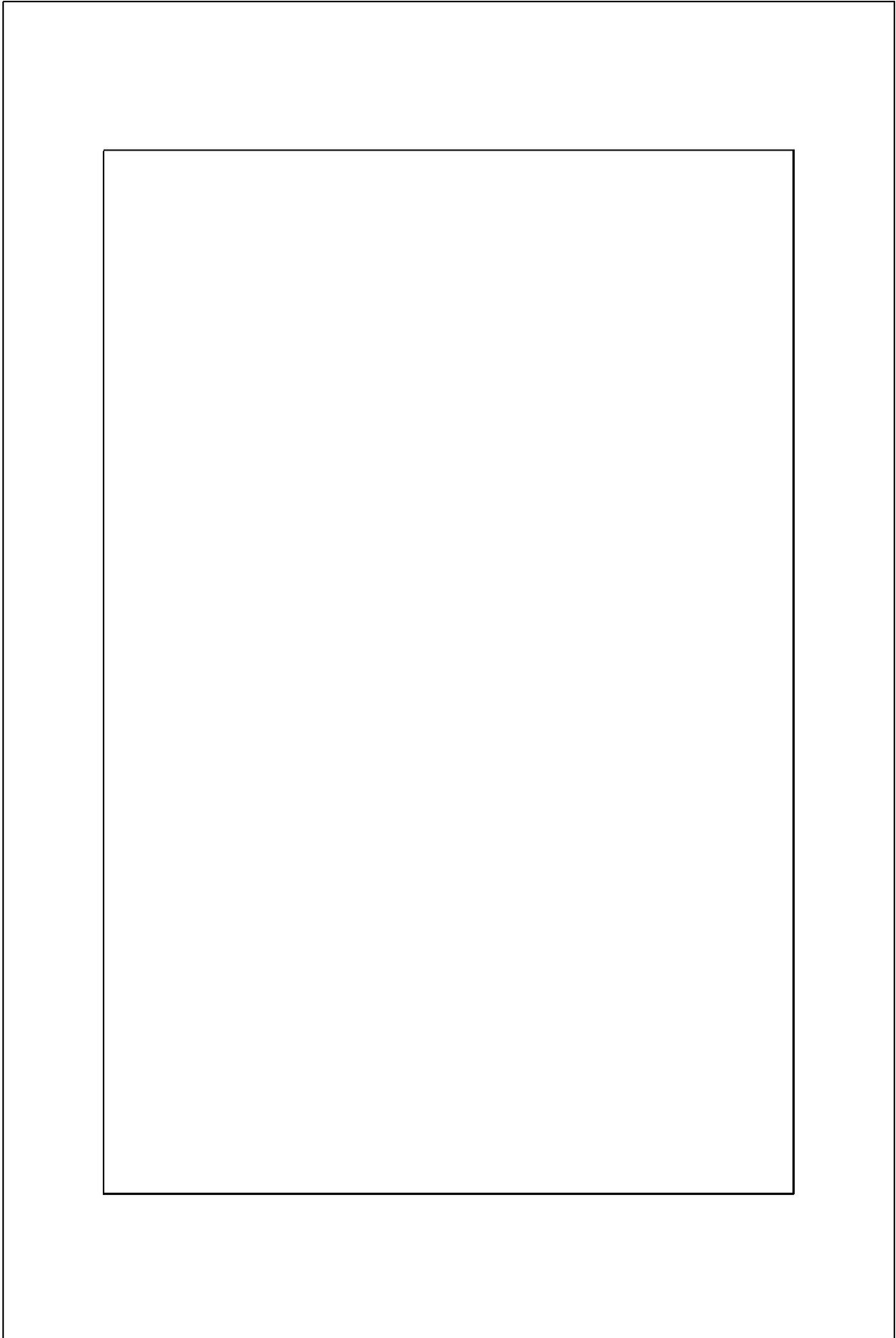


## **.1. Bibliographie**

[HEI 94] HEIJMANS H., *Morphological image operators*, Advances in Electronics and Electron Physics Series, Academic Press, Boston, 1994.

[SER 82] SERRA J., *Image analysis and mathematical morphology*, Academic Press, London, 1982.

[SOI 99] SOILLE P., *Morphological Image Analysis*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1999.



## Index

Équation de la chaleur, 29  
Complémentation, 19  
Convention de notations, 18  
Courbure, 29  
Dilatation, 18  
Erosion, 18  
Fermeture, 19  
     $\varphi_B$ , 19  
Filtres itérés, 29

Graphe, 19  
Invariance par changement de contraste, 29  
Lissage multiéchelle, 29  
Opérateurs affines invariants, 29  
Opérateurs différentiels, 29  
Ouverture, 18  
     $\gamma_B$ , 19  
Solutions de viscosité, 29

## Fiche pour le service de fabrication

.2. \*

Auteurs :

Laurent NAJMAN et Hugues TALBOT

.3. \*

Titre du livre :

Morphologie Mathématique : état de l'art

.4. \*

Titre abrégé :

*Morphologie Mathématique*

.5. \*

Date de cette version :

*16 mars 2007*

.6. \*

Contact :

– téléphone : 04 92 94 27 48

– télécopie : 04 92 94 28 96

– Mél : rr@unice.fr

.7. \*

Logiciel pour la composition :

– L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, avec la classe ouvrage-hermes.cls,

– version 1.3, 2003/12/03.

- traité (option treatise) : Oui (*chapitres avec différents auteurs*)
- livre en anglais (option english) : Non (*par défaut en français*)
- tracé des limites de page (option cropmarks) : Non (*par défaut*)
- suppression des en-têtes de page (option empty) : Non (*par défaut*)
- impression des pages blanches (option allpages) : Oui
- césures actives : voir la coupure du mot signal dans le fichier .log