english

Analyse hilbertienne et analyse de Fourier

Sylvie Fabre, Jean-Michel Morel, Yann Gousseau

1^{er} décembre 2009

Table des matières

Table des figures

Exercices sur les distributions (2)

Exercice 1 Les applications suivantes définissent-elles des distributions sur $\mathbb{R}$?

$$\varphi \to \sum_{n\geq 0} \varphi^{(n)}(n);$$

$$\varphi \to \sum_{n\geq 0} \varphi^{(n)}(0).$$

Exercice 2 Calculer la dérivée au sens des distributions dans $\mathbb{R}$ des fonctions suivantes :

1) La fonction de Heaviside.

2) La valeur absolue $x \to |x|$.

3) La racine carrée $x \to \sqrt{|x|}$. Est-ce cette dérivée est une fonction ?

Exercice 3 On pose dans $\mathbb{R}^2$ $f(x,y) = \ln(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}} = \ln r$.

1) Est-ce une distribution ?

2) Pour $u \in C^2(\mathbb{R}^2)$ démontrer la formule du Laplacien en coordonnées polaires : $\Delta u = u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}$.

3) Calculer $\Delta u(x,y)$ pour $(x,y) \neq 0$ (dérivée classique).

4) Montrer que $\Delta u = 2\pi\delta_0$ (au sens des distributions).