

Arbres de défaillance dynamiques et simulation

N. ROLIN

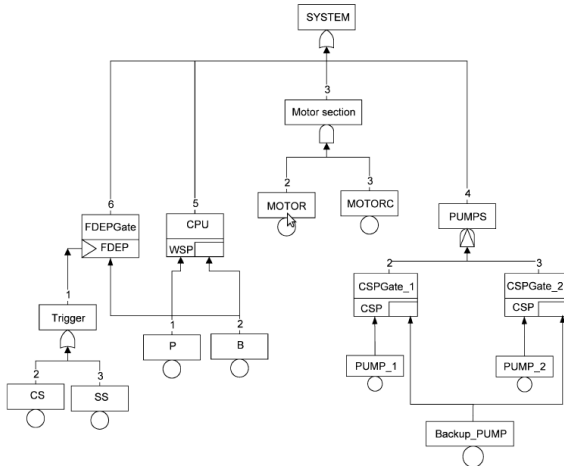
Encadrant : N. VAYATIS

École Normale Supérieure de Cachan, département mathématiques

June 24, 2010

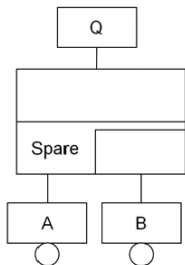
- 1 Arbres de défaillance
- 2 Méthode de résolution
- 3 Résultats
- 4 perspectives

Arbre de défaillance statique

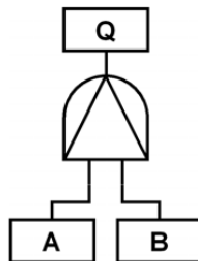


Arbre de défaillance dynamiques

Portes dynamiques :



Porte **spare** : A principal, B spare
 B_d état dormant, B_a état actif
 \Rightarrow B devient actif si A se déclenche



Porte **PAND** :
(A ET B) ET (A avant B)

État de l'art

Une formalisation des portes logiques a été faite par Guillaume Merle[1], permettant des calculs analytiques de la probabilité de tomber en panne.

Objectifs : trouver une méthode par simulation pour retrouver les résultats analytiques tout en estimant facilement le résultat pour des lois quelconques.

Méthode de Monte-Carlo

Cette méthode consiste à simuler des réalisations du système afin de mesurer expérimentalement l'espérance de l'évènement sommet.

Inégalité de Hoeffdig

Soit une suite $(X_k)_{1 \leq k \leq n}$ de v.a. réelles indépendantes. On pose $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Alors :

$$\mathbb{P}(|S_n - \mathbb{E}(S_n)| \geq t) \leq 2 \exp\left(\frac{-2t^2}{n}\right)$$

Dans notre cas, si on veut avoir une estimation de la probabilité dans l'intervalle [moyenne-t, moyenne+t] avec une probabilité $1 - \alpha$, il suffit de prendre

$$n \geq \frac{\ln(\frac{2}{\alpha})}{2t^2}$$

Algorithme

entrées : temps T considéré, lois des évènements élémentaires,
arbre de défaillance

sortie : $s \in \{0, 1\}$

(1 si le système tombe en panne dans le temps considéré, 0 sinon)

- Calcul des temps d'occurrence des évènements élémentaires
⇒ Pour chaque évènement A , on obtient un temps t_A
d'occurrence de panne
- construction de la séquence de coupe (liste des éléments
défaillants par ordre de défaillance).
- utilisation de "l'oracle"
⇒ l'oracle est une "boite noire" qui prend une séquence en
entrée et renvoie un élément de $\{0, 1\}$ en sortie.

Calcul pour les portes spare

Les calculs de temps d'occurrence ne posent pas de problème sauf pour les portes spare.

Cas simple : portes spare non imbriquées

- Calcul des temps d'occurrence de A et B_d
- Si $t_A \geq t_{B_d}$, on garde les temps
- Sinon on tire t_{B_a}

Protocole expérimental

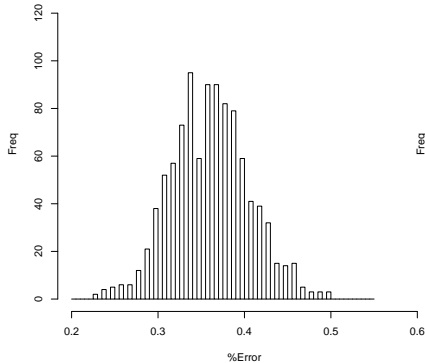
Paramètres : système HCAS, avec un temps T de 10^5 heures, et des lois exponentielles (de fonction de répartition $1 - e^{-\lambda_i t}$).

Bloc de simulation : 500 simulations du système, dont on fait la moyenne \rightarrow donne une valeur dans $[0, 1]$.

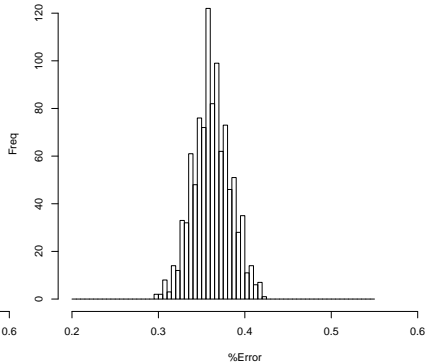
Histogramme : on réalise 1000 blocs de simulation, et on trace la fréquence de chaque valeur dans un histogramme.

changement de la forme en fonction du nombre d'expériences

Sampling 1000*100



Sampling 1000*500



Systeme HCAS

On a ici réalisé des simulations pour différents ordres de grandeurs des paramètres, la répartition des lois étant $1 - e^{-\lambda_i t}$.

ordre de grandeur de λ	10^{-7}	5.10^{-7}	10^{-6}	5.10^{-6}	10^{-5}
Moyenne empirique	0.0314	0.1724	0.3633	0.9675	0.9994
écart type	0.0078	0.0164	0.0221	0.0083	0.0011
espérance théorique	0.0312	0.1734	0.3635	0.9722	0.9995

Perspectives

- Utiliser l'algorithme pour tester la stabilité face au bruit (bruitier les paramètres)
- Utiliser de l'important sampling pour améliorer les résultats pour les valeurs extrêmes



G.Merle.

Algebraic modelling of Dynamic Fault Trees, contribution to qualitative and quantitative analysis.

PhD thesis, 2010.



H.Bouladi and J.B.Dungan.

A discrete-time bayesian network reliability modeling and analysis framework.

ELSEVIER, 2004.

