

UNIVERSITE DE PARIS I PANTHEON SORBONNE  
DEA MODELISATION ET METHODES MATHEMATIQUES EN ECONOMIE

NICOLAS LIMARE

PHENOMENES CYCLIQUES DANS LE MODELE  
MACROECONOMIQUE MACSIM : ETUDE, CONTROLE ET  
INTERPRETATION

*Résumé* : MacSim est un modèle macroéconomique européen. Les simulations de celui-ci font apparaître, en cas de chocs (d'offre ou de demande, symétriques ou non) des oscillations des indicateurs économiques. Ce stage avait pour objectif, après la réalisation d'outils pour les simulations, puis de simulations proprement dites, une étude mathématique du modèle. A l'aide des simulations effectuées, on détermine la situation d'équilibre du modèle, qui correspond au sentier stable de croissance; le système, linéarisé autour de l'équilibre, est alors assimilé à un système dynamique dont on calcule les valeurs propres. Celles-ci nous renseignent sur les cycles: leur nombre, les indicateurs économiques qui ont des cycles liés, leurs périodes et amortissements. On peut alors espérer, en agissant sur les paramètres du modèle (règles de taux d'intérêts, entre autres) contrôler dans une certaine mesure les oscillations. Cependant, malgré la réalisabilité théorique et technique de ces objectifs, plusieurs difficultés rencontrées au cours du stage ont empêché d'obtenir les résultats espérés. Ceci sera expliqué dans le rapport.

*Rapport de stage présenté le 14 septembre 2001*

*Jury*

JEAN-MARC BONNISSEAU

Université Paris I Panthéon-Sorbonne, CERMSEM, Maison des Sciences Economiques  
101-103 Bld de l'Hôpital, 75013 Paris

JEAN-LOUIS BRILLET  
INSEE  
18 Bld A. Pinard, 75014 Paris

# Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Présentation</b>	<b>3</b>
2.1	Le modèle . . . . .	3
2.2	L'étude numérique . . . . .	4
<b>3</b>	<b>La simulation</b>	<b>8</b>
3.1	Principe . . . . .	8
3.2	Matrice d'incidence . . . . .	9
3.3	Ordre des équations . . . . .	9
3.4	Variables de bouclage . . . . .	12
3.5	Méthode de Newton-Raphson . . . . .	14
3.6	Relaxation . . . . .	15
3.7	Résultats . . . . .	15
<b>4</b>	<b>L'analyse</b>	<b>18</b>
4.1	Détermination des valeurs propres . . . . .	18
4.2	Etude des valeurs propres . . . . .	18
<b>5</b>	<b>Conclusion et commentaires</b>	<b>20</b>
<b>6</b>	<b>Annexes</b>	<b>21</b>
6.1	Equations et variables du modèle . . . . .	21
6.2	Scripts SCILAB . . . . .	22
6.2.1	Construction de la matrice d'incidence . . . . .	23
6.2.2	Permutation des équations, afin d'obtenir une structure à blocs . . . . .	23
6.2.3	Calcul itératif de la solution du système, par la méthode de Gauss-Seidel . . . . .	26
6.2.4	Jacobien approché . . . . .	27

# Chapter 1

## Introduction

Un article à paraître [6] étudie l'évolution du PIB européen (de la zone euro, plus précisément), par des méthodes d'analyse statistique. Il observe que deux cycles, l'un d'une période de trois ans, et lié aux comportements de stockage, et l'autre d'une période de dix ans, lié à l'investissement, expliquent l'essentiel des fluctuations observées du PIB autour de la tendance de long terme. Cette étude révèle également que la zone euro n'est pas homogène, ces cycles se manifestant diversement dans les économies nationales, que l'on peut classer en deux zones: une zone 'germanique' et une zone 'latine'. Ces deux zones ont des cycles liés mais de caractéristiques différentes.

A ce sujet, on peut espérer que le modèle MacSim, qui prend en compte des pays aux caractéristiques variées au sein de l'Union Européenne, et dont les équations ont été ajustées par des méthodes statistiques sur les données distinctes de chaque économie nationale, révèle lui aussi des différences observables entre les pays. On s'attend donc à ce que le modèle mathématique implique des comportements distincts, l'étude de ceux-ci révélant des moyens d'action différenciés.

Cet objectif, associé à la recherche d'une meilleure compréhension et d'une meilleure maîtrise du modèle, constituait le point de départ du stage. Cependant, de nombreuses difficultés d'ordre 'technique' ont handicapé son déroulement, et il est loin de fournir les résultats souhaités. Ces difficultés seront détaillées plus loin.

Ce rapport débute par une présentation du modèle et des techniques mises en oeuvre ou envisagées pour une mise en oeuvre ultérieure. Chacune des phases d'étude est ensuite détaillée, et les résultats correspondants présentés, avant une conclusion. De nombreux documents ont été renvoyés en annexe, comme la description des variables et équations du modèle, ou les scripts écrits pour l'étude numérique.

# Chapter 2

## Présentation

### 2.1 Le modèle

Le modèle MacSim a été élaboré entre 1998 et 2001, par Patricia Augier<sup>1</sup>, Jean-Louis Brilet<sup>2</sup>, Gilbert Cette<sup>3</sup> et Raymond Gambini<sup>4</sup>. Il constitue le noyau théorique du logiciel pédagogique du même nom, destiné à la simulation et l'apprentissage des décisions de politique économique par des étudiants dans un contexte européen. Les caractéristiques essentielles de ce modèle, détaillées ci-après, sont les suivantes : il s'agit d'un modèle dynamique, macroéconomique, international.

Il décrit l'économie, stylisée, de 6 pays européens (Allemagne, Grande-Bretagne, France, Italie, Pays-Bas, Suède), choisis pour représenter, par leurs caractéristiques économiques (taille, importance des échanges internationaux), la diversité des économies européennes, auxquels s'ajoutent deux autres entités plus abstraites, le 'reste du monde' et l'Union Monétaire Européenne; le 'reste du monde' est représenté agrégé, comme un septième pays, et l' Union Monétaire Européenne est plutôt une entité comptable, regroupant les pays, parmi les 6, qui en font partie. Le modèle est quasi-identique pour chacun des pays, seuls varient les constantes dans les équations, déterminées par procédé statistique, à partir des séries historiques. La modélisation du 'reste du monde' est très simplifiée.

La description économique inclut les phénomènes monétaires, financiers (partiellement) et budgétaires, à l'aide d'environ 80 équations par pays, dont les principales sont présentées dans la section 6.1 de ce rapport. Celles-ci, d'inspiration néo-keynesienne, sont assez proches du modèle Micro-DMS [8], prennent en compte un seul bien, et distinguent le secteur privé et le secteur public.

Outre la prise en compte de plusieurs pays, MacSim présente également la particularité, due à ses objectifs pédagogiques, de permettre de choisir entre plusieurs règles de taux d'intérêts et de taux de change, et de décider de l'appartenance ou non d'un pays à l'UEM, à l'aide de paramètres booléens.

L'état de l'économie à chaque période (annuelle) de la simulation est représenté par environ 300 variables exogènes (notées ici  $X = (x_1, x_2, \dots)$ ) et 600 variables endogènes (notées ici  $Y = (y_1, y_2, \dots)$ ). Les variables exogènes proviennent des données économétriques existantes, qui sont prolongées en suivant une tendance exponentielle fixe. A chaque période de simulation du modèle, les variables endogènes sont calculées comme solution d'un système d'équations liant les valeurs présentes (indice  $t$ ) et passées (indices  $t - 1$  et  $t - 2$ ) des variables endogènes et exogènes, ainsi que des paramètres et constantes du système (regroupées dans la variable vectorielle  $CP$ ). Ceci

---

<sup>1</sup>Université d' Aix-Marseille II

<sup>2</sup>INSEE

<sup>3</sup>Banque de France

<sup>4</sup>Université d' Aix-Marseille II

constitue un système dynamique, dont l'état vérifie, à chaque période, les équations suivantes:

$$y_{1,t} = f_1(Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, CP),$$

$$y_{2,t} = f_2(Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, CP) :$$

On obtient ainsi l'équation vectorielle

$$Y_t = F(Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, CP),$$

qui détermine implicitement, de proche en proche, les variables endogènes. Réaliser la simulation nécessite donc de disposer des valeurs de  $X_t$  pour toute la durée de simulation souhaitée (cela est assuré par la connaissance préalable de  $X_0$ , et des taux d'accroissement associés aux variables exogènes), et des conditions initiales  $Y_0$  et  $Y_{-1}$  (pour que la première étape de la simulation soit  $t = 1$ ).

L'existence et l'unicité de ces solutions n'est pas formellement prouvée, mais elles sont assurées par le 'sens' économique du modèle. En effet, les équations traduisent des phénomènes réels stylisés au cours desquels plusieurs agents interagissent pour établir une situation d'équilibre, ce qui justifie l'existence d'un équilibre, et l'unicité stricte n'est pas vraiment nécessaire; il suffit que, lors de la résolution numérique, l'algorithme aboutisse à la solution correcte, c'est-à-dire (en simplifiant un peu) la plus proche de la situation économique de la période précédente, et cela est assuré à la condition que cet algorithme débute avec des données suffisamment proches de la solution attendue, ce qui est réalisé en pratique. La méthode de résolution du système est détaillée au chapitre 3.

De nombreuses simulations, effectuées par les auteurs du modèle lors de son élaboration (par exemple dans les documents [4] et [5]) ont permis d'observer que celui-ci converge, comme on peut s'y attendre, vers un sentier équilibré de croissance endogène à long terme, de taux constant. D'autre part, lorsqu'on y applique des chocs de demande, de prix ou de change, ponctuels ou soutenus, on observe des oscillations amorties des indicateurs économiques (figure 2.1), et ces oscillations ont une amplitude et un amortissement différent selon les pays et les paramètres choisis (règles de taux, EMU). L'objectif du stage consiste à étudier et caractériser ces phénomènes cycliques, et leur évolution en fonction des paramètres du système.

## 2.2 L'étude numérique

La première étape de l'étude est la simulation; il s'agit de résoudre le système, année après année, en partant de données initiales fournies par l'économétrie ou par une autre simulation, et en utilisant les variables exogènes prolongées aux taux correspondants. Pour cela, la méthode de Gauss-Seidel avec variables de bouclages a été utilisée (voir le chapitre 3), sur le logiciel de calcul numérique Scilab. Cette simulation fournit la suite des variables endogènes, et permet d'observer après  $T_0$  cycles, une stabilisation du système qui suit alors un sentier de croissance régulier, à taux constant, après que les oscillations dues à des conditions initiales imparfaites soient suffisamment amorties.

Trois réécritures successives du système permettent de simplifier sa formulation, et de faire apparaître les phénomènes intéressants:

- On considère la période  $T_0$  comme période de référence. Dans la suite, pour simplifier, on prendra  $T_0 = 0$ , et donc  $Y_0 = Y_{T_0}$ ,  $Y_{-1} = Y_{T_0-1}$ ,  $X_0 = X_{T_0}$ ,  $X_{-1} = X_{T_0-1}$ .  $CP$  est naturellement inchangé.
- Si on note

$$Y'_t = (Y'_{1,t}, Y'_{2,t} = (Y_t, Y_{t-1}),$$

alors

$$Y_t = F(Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, CP)$$

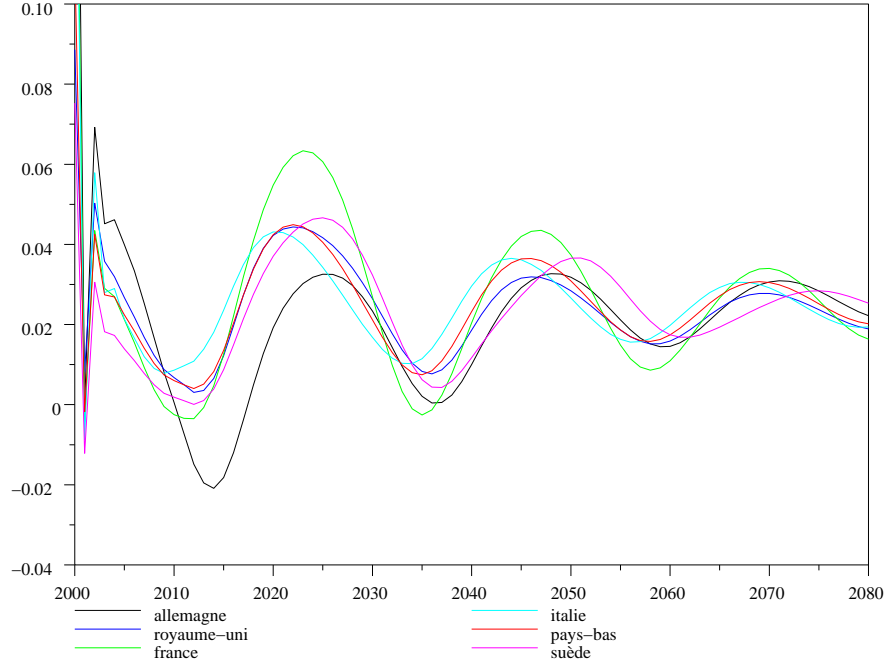


Figure 2.1: Oscillations de  $\log(Q_t/Q_{t-1})$ , calculées sur 80 périodes.  $Q$  correspond à la valeur ajoutée, donc à la production réelle.

est équivalent à

$$Y'_t = G(Y'_t, Y'_{t-1}, X_t, CP),$$

avec

$$G(Y'_t, Y'_{t-1}, X_t, CP) = (F(Y'_{1,t}, Y'_{1,t-1}, Y'_{2,t-1}, X_t, \Gamma^{-1}(X_t), \Gamma^{-2}(X_t), CP), Y'_{1,t-1}),$$

où  $\Gamma$  est la fonction d'extrapolation des variables exogènes,

$$X_{t+1} = (x_{1,t+1}, x_{2,t+1}, \dots) = \Gamma(X_t) = (\gamma_1 x_{1,t}, \gamma_2 x_{2,t}, \dots).$$

On peut donc considérer que la simulation consiste à résoudre, pour  $t > 0$ ,

$$Y_t = F(Y_t, Y_{t-1}, X_t, CP).$$

Cette équation est de dimension 1200 (il y a 600 variables exogènes scalaires, et  $Y_t$  les contient deux fois, pour  $t$  et  $t-1$ ). Cependant, seule une moitié est significative, l'autre se résumant à  $Y'^2_t = Y'^1_{t-1}$ .

- Enfin, les variables endogènes (de même que les exogènes) suivent, à partir du  $Y_0$  nouvellement défini, une trajectoire de croissance régulière, à taux constant. Par conséquent, il est plus intéressant de considérer  $\mathcal{Y}_t = \Delta Y_t / Y_t$  (plus formellement,  $(\frac{y_{1,t} - y_{1,t-1}}{y_{1,t}}, \frac{y_{2,t} - y_{2,t-1}}{y_{2,t}}, \dots)$ ).  $\mathcal{Y}_0$  est ainsi le point fixe du système dynamique

$$\mathcal{Y}_t = (F(Y_t, Y_{t-1}, X_t, CP) - Y_{t-1}) / Y_t,$$

associé, implicitement, à

$$Y_t = \frac{Y_{t-1}}{1 - \mathcal{Y}_t}.$$

On cherche à étudier la dynamique du système autour de  $\mathcal{Y}_0$ . Ceci passe par la linéarisation de  $F$  en  $(Y_0, Y_0, X_0)$ :

$$\Delta Y_t \approx \frac{\partial F}{\partial Y_t}_{Y_t=Y_0} \Delta Y_t + \frac{\partial F}{\partial Y_{t-1}}_{Y_{t-1}=Y_0} \Delta Y_{t-1} + \frac{\partial F}{\partial X_t}_{X_t=X_0} \Delta X_t,$$

reformulé, pour le système à point fixe, en

$$\frac{\Delta Y_t}{Y_t} \approx A \frac{\Delta Y_t}{Y_t} + B \frac{\Delta Y_{t-1}}{Y_{t-1}} + C \frac{\Delta X_t}{X_t},$$

$$\mathcal{Y}_t \approx A \mathcal{Y}_t + B \mathcal{Y}_{t-1} + C \mathcal{X}_t,$$

avec

$$A = Y_t^{-1} \frac{\partial F}{\partial Y_t}_{Y_t=Y_0} Y_t,^5$$

$$B = Y_t^{-1} \frac{\partial F}{\partial Y_{t-1}}_{Y_{t-1}=Y_0} Y_{t-1},$$

$$C = Y_t^{-1} \frac{\partial F}{\partial X_t}_{X_t=X_0} X_t.$$

D'une autre manière,

$$\mathcal{Y}_t \approx D \mathcal{Y}_{t-1} + E \mathcal{X}_t,$$

avec

$$D = (I + A)^{-1} B, \quad E = (I + A)^{-1} C,$$

$I$  étant la matrice identité.

Seuls les chocs sur les variables exogènes nous intéressent dans le cadre de cette étude; on étudie donc uniquement la partie

$$\mathcal{Y}_t \approx D \mathcal{Y}_{t-1}.$$

On peut alors diagonaliser  $D$ , de taille  $n \times n$ , pour obtenir  $n$  valeurs propres complexes  $\lambda_i$  (comptées avec leur ordre de multiplicité), et celles-ci nous renseignent de plusieurs manières:

- Le système dynamique linéarisé est stable, ie convergent, si et seulement si toutes les valeurs propres  $\lambda_i$  sont de module strictement inférieur à 1. De plus, plus le module d'une valeur propre est proche de 0, plus les perturbations des variables associées seront vite amorties.
- L'argument des valeurs propres, noté  $\rho(\lambda_i)$  et pris dans  $]-\pi, \pi]$ , nous renseigne sur la période des oscillations, égale à  $|\frac{2\pi}{\rho(\lambda_i)}|$ .
- Les variables ayant la même valeur propre ont une évolution fortement liée.
- On peut varier les paramètres (règles de taux, EMU), afin d'observer quelle configuration permet un amortissement plus rapide, et une période plus longue, donc des oscillations moins 'violentes'.

---

<sup>5</sup>en considérant cette multiplication, comme les suivantes, dans le sens

$$A = \begin{bmatrix} y_{1,t} & & \\ & y_{2,t} & \\ & & \ddots \end{bmatrix}^{-1} \frac{\partial F}{\partial Y_t}_{Y_t=Y_0} \begin{bmatrix} y_{1,t} & & \\ & y_{2,t} & \\ & & \ddots \end{bmatrix}.$$

- On peut recommencer cette étude pour des valeurs de  $Y_0$  légèrement différentes, afin de s'assurer que les comportements oscillatoires décrits précédemment sont valables suffisamment loin de la position d'équilibre pour être vérifiés au cours des oscillations, car nous n'avons aucune certitude que la position d'équilibre soit unique, et donc que le système, après un choc important, ne reparte pas sur un autre sentier de long terme aux caractéristiques différentes.



# Chapter 3

## La simulation

La simulation a été réalisée à l'aide du logiciel de calcul numérique Scilab, semblable à Matlab. La dimension du système excluant à priori tout travail formel sur celui-ci, manuellement bien sûr mais également à l'aide de logiciels tels Maple ou MuPad<sup>1</sup>, on est contraint de résoudre l'équation vectorielle implicite par des méthodes numériques approchées.

Les algorithmes les plus classiques sont inopérants, car les méthodes de Newton-Raphson ou de sécante, par exemple, nécessitent de trop nombreux calculs de  $F(Y_t, Y_{t-1}, X_t)$  en cas de système de grande dimension pour être mis en place sur un système usuel, de type ordinateur individuel. C'est par conséquent la méthode de Gauss-Seidel, modifiée avec les variables de bouclage, qui a été utilisée. Celle-ci est décrite ci-après, en plusieurs étapes.

### 3.1 Principe

On dispose de  $n$  équations définissant implicitement les  $n$  variables endogènes de la période  $t$  en fonction des variables exogènes, des constantes et paramètres, et des variables endogènes des périodes précédentes.

$$y_{1,t} = f_1(Y_t, Y_{t-1}, X_t, CP)$$

$$y_{2,t} = f_2(Y_t, Y_{t-1}, X_t, CP)$$

...

$$y_{n,t} = f_n(Y_t, Y_{t-1}, X_t, CP)$$

La méthode de Gauss-Seidel consiste à évaluer séquentiellement chacun des  $y_{i,t}$  par la fonction associée, pour  $i = 1 \dots n$ , dans un ordre particulier, en utilisant dans les fonctions les dernières valeurs calculées des variables endogènes; ceci fournit le nouveau point de départ  $Y_t$  pour un nouveau cycle de  $n$  évaluations; le processus est répété jusqu'à ce que deux valeurs successivement évaluées de  $Y_t$  soient identiques à une tolérance  $\epsilon$  près. On a alors

$$Y_t = F(Y_t, Y_{t-1}, X_t, CP) + \epsilon,$$

et on considère l'approximation suffisante. L'ordre dans lequel sont évaluées les variables est essentiel pour assurer (dans la mesure du possible) la convergence, et est détaillé plus loin.

Plus formellement, la démarche algorithmique est la suivante (on considère, pour simplifier, que  $y_1 = f_1(y_1, y_2, \dots), y_2 = f_2(y_1, y_2, \dots), \dots$ ):

1. On débute avec la valeur initiale  $Y^0$  et  $k = 0$ .

---

<sup>1</sup>Pour des raisons d'indisponibilités de matériel et logiciel, et surtout de temps limité, ceci n'a pas été tenté, mais un test mérite d'être effectué, d'autant plus que, moyennant quelques modifications, on peut certainement se contenter de linéariser le système pour un seul des pays, ramenant la dimension de la fonction à 80, ce qui correspond plus à des manipulations envisageables pour un logiciel de calcul symbolique.

2. On incrémente  $k = k + 1$ .
3. Chacune des variables  $y_i^k$  est évaluée à partir des dernières valeurs calculées de  $(y_{i,t})_{i=1\dots n}$  : pour  $i = 1 \dots n$ ,  $y_i^k = f_i(y_1^k, \dots, y_{i-1}^k, y_i^{k-1}, y_{i+1}^{k-1}, \dots, y_n^{k-1})$ .
4. Si  $|Y^k - Y^{k-1}| < \epsilon$ , alors l'approximation est satisfaisante, et  $Y^k$  est le résultat de l'algorithme. Sinon, on reprend à l'étape 2, avec la valeur initiale  $Y^k$ .

La marge d'erreur  $\epsilon$  utilisée est une d'erreur relative, ie

$$|Y^k - Y^{k-1}| < \epsilon \text{ ssi } \forall i |y_i^k - y_i^{k-1}| < \epsilon_i,$$

où  $\epsilon_i$  vaut, par exemple, 0.01% de  $y_i^{k-1}$ .

Contrairement à la méthode de Newton-Raphson, qui assure de la convergence de l'algorithme (à la condition d'une valeur initiale correcte), on n'a aucune certitude, à priori, sur la convergence de la méthode de Gauss-Seidel. Mais celle-ci peut être assurée, et accélérée, par relaxation (section 3.6), à condition qu'une telle convergence soit possible, c'est-à-dire qu'un point fixe, ie une solution, ce qui repose, dans notre cas, sur le 'sens' économique du modèle.

Réordonner les équations de manière optimale nécessite la connaissance de la matrice d'incidence du système, définie ci-après.

## 3.2 Matrice d'incidence

La matrice d'incidence permet d'appréhender l'interdépendance des variables endogènes. Cette matrice, notée  $\mathcal{I}$ , de taille  $n \times n$ , est définie comme suit:

- $\mathcal{I}_{i,j} = 1$  si  $i = j$  ou si la variable  $y_j$  apparaît dans l'équation définissant la variable  $y_i$ <sup>2</sup>.
- $\mathcal{I}_{i,j} = 0$  sinon.

On peut remarquer que l'ensemble des éléments non nuls du jacobien du système est inclus dans l'ensemble des éléments non nuls de la matrice d'incidence.

Cette matrice a été construite pour le système étudié, à l'aide du script Scilab présenté en section 6.2.1. Sa structure est représentée, chaque point correspondant à un couple  $(i, j)$  tel que  $\mathcal{I}_{i,j} = 1$ , par les figures 3.1 ou 3.2, selon l'ordre des variables choisi. On observe dans la figure 3.1, ordonnée par ordre alphabétique, que les variables sont définies de manière semblable quel que soit le pays concerné. La figure 3.2, ordonnée par pays, illustre les liens liant les économies nationales entre elles.

## 3.3 Ordre des équations

Supposons un certain ordre des variables, donc des équations. Si la matrice d'incidence  $\mathcal{I}$  correspondante est triangulaire inférieure, alors le calcul de chaque  $y_i$  ne nécessite que de connaître des  $y_j$  avec  $j < i$ , donc déjà calculés. Il n'est alors pas nécessaire d'effectuer plusieurs évaluations ds  $n$  équations, et l'algorithme converge dès la première itération, un peu comme par une résolution avec pivot de Gauss.

Bien entendu, il n'est pas toujours possible de trouver une permutation (identique sur les lignes et les colonnes) telle que  $\mathcal{I}$  permutée soit triangulaire inférieure. Cependant, on peut trouver une permutation faisant apparaître un prologue, un épilogue, un coeur et des blocs.

<sup>2</sup>Ce n'est pas parce que  $y_j$  apparaît dans l'équation de  $y_i$  qu'elle y a une influence effective, mais elle peut influencer, et doit donc être connue avant de pouvoir calculer  $y_i$ .

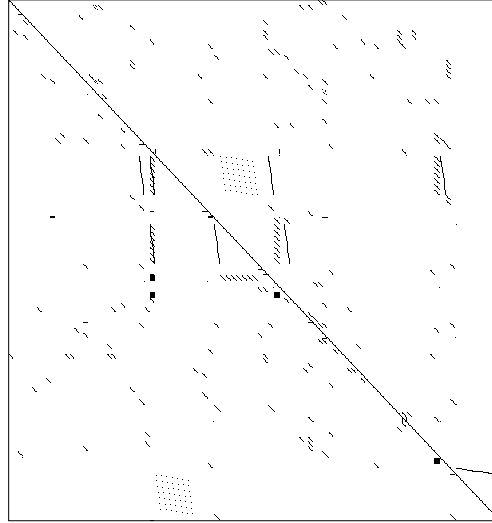


Figure 3.1: Matrice d'incidence du système, par ordre alphabétique des variables endogènes.

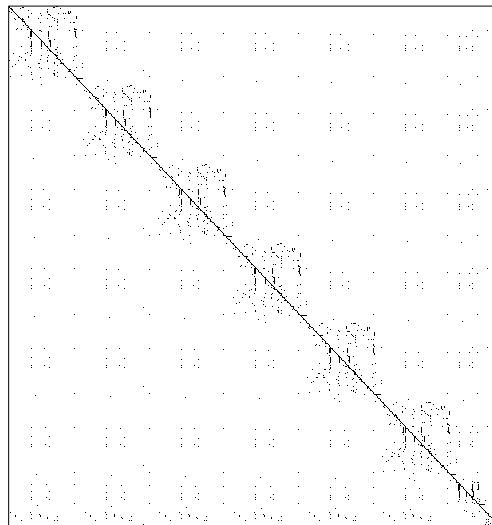


Figure 3.2: Matrice d'incidence du système, avec les variables endogènes regroupées par pays.

- Un prologue est une séquence ordonnée  $(y_i)_{i < i_p}$ , telle que l'évaluation de ces  $y_i$  ne nécessite pas de connaître les  $y_j$  pour  $j > i$ , donc une séquence qui peut être évaluée exactement, au début de l'algorithme, si on suppose que les variables non concernées par l'algorithme (endogènes retardées, exogènes, dans notre modèle) sont connues exactement. Visuellement, les lignes du prologue de la matrice d'incidence doivent être vides au-delà de la diagonale.
- Un épilogue est une séquence ordonnée  $(y_i)_{i \geq i_e}$ , telle que ces  $y_i$  ne sont pas utilisés dans l'évaluation des  $y_j$  pour  $j < i$ , donc une séquence qui peut être évaluée exactement, à la fin de l'algorithme, si on suppose que les variables calculées précédemment et celles non concernées par l'algorithme sont connues exactement. Visuellement, les colonnes de l'épilogue de la matrice d'incidence doivent être vides au-delà de la diagonale.

- La séquence des  $(y_i)_{i_p \leq i < i_e}$  située entre le prologue et l'épilogue est le coeur du système, et c'est sur elle que sera effectué l'itération algorithmique.
- Ce coeur peut éventuellement être découpé en deux blocs,  $(y_i)_{i_p \leq i < i_b}$  et  $(y_i)_{i_b \leq i < i_e}$ , tels que les variables du 1<sup>er</sup> bloc n'ont pas besoin, pour être calculées, de connaître celles du 2<sup>e</sup> bloc. Ces deux blocs peuvent alors, récursivement, être découpés en prologues, blocs, épilogues.

Une matrice d'incidence, avec un prologue, deux blocs, et un épilogue, est présentée par la figure 3.3.

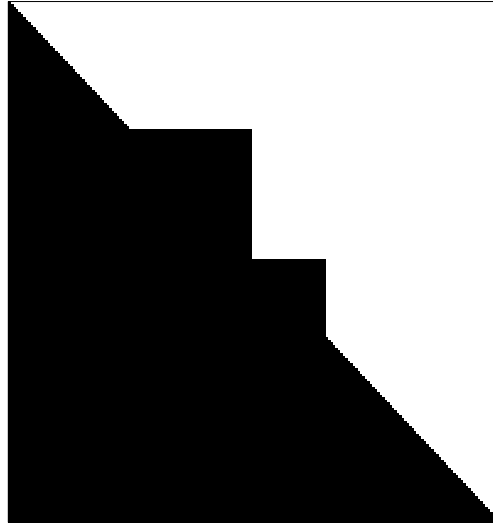


Figure 3.3: Un prologue, deux blocs, puis un épilogue.

Cette permutation de la matrice d'incidence du système est unique, à l'ordre interne des blocs près, et a été obtenue par l'algorithme Scilab présenté dans la section 6.2.2. Le résultat est visible sur la figure, 3.4, et montre l'existence d'un gros bloc, de taille 400 environ, et de plusieurs petits blocs, de taille 3 (figure 3.5). L'itération de l'algorithme étant effectuée sur les blocs, plus un bloc est grand et plus la convergence sera longue et incertaine, car c'est sur les blocs que l'algorithme effectue une boucle, qui converge d'autant plus lentement qu'un grand nombre d'équations signifie de nombreuses influences contradictoires sur la valeur des variables; c'est donc le bloc de taille 400 qui constitue l'essentiel de l'algorithme, et qui nécessite le plus de temps de calcul.

Avec cette décomposition par blocs du système, l'algorithme de calcul approché est le suivant:

- On débute avec, pour la valeur initiale de  $Y_t$  la valeur calculée de  $Y_{t-1}$ , qu'on peut supposer proche de  $Y_t$ . Il est également possible de modifier  $Y_{t-1}$  en appliquant à chaque  $y_{i,t}$  les taux de croissance théoriquement attendus, en l'absence de chocs.
- On calcule les  $y_{i,t}$  par par portions: prologues, épilogues, blocs.
  - S'il s'agit d'une portion linéaire (prologue, épilogue), les  $y_{i,t}$  sont calculés les uns après les autres, une seule fois.
  - S'il s'agit d'un bloc, les  $y_{i,t}$  sont calculés les uns après les autres, et ces calculs sont répétés pour tout le bloc jusqu'à obtenir une convergence satisfaisante, comme expliqué à la section 3.1.

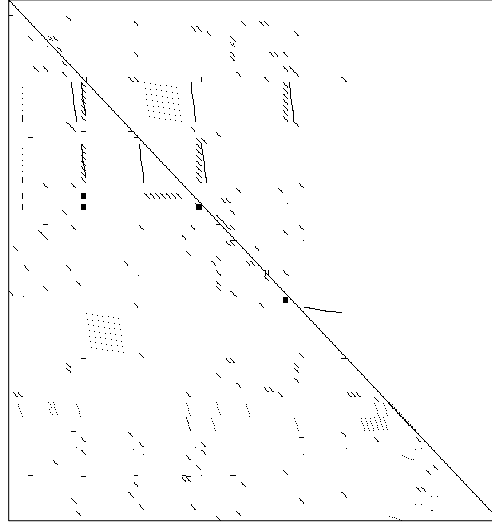


Figure 3.4: La matrice d'incidence du système, réordonnée en blocs.

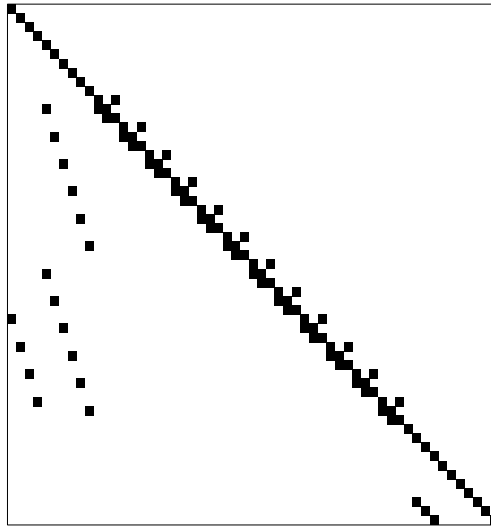


Figure 3.5: Détail des petits blocs, de taille 3, de la matrice réordonnée.

### 3.4 Variables de bouclage

Avec un bloc de taille 400, le temps de calcul est encore trop important (1 minute 30 par période) pour effectuer de nombreuses simulations sur 200 périodes. On recourt donc à une méthode complémentaire, celle des variables de bouclage associée à celle de Newton-Raphson. Une variable de bouclage est une variable  $y_i$  qui est utilisée dans la détermination d'une (au moins) autre variable  $y_j$  telle que  $j < i$ . Donc  $y_i$  est une variable de bouclage si et seulement si il existe  $j < i$  tel que  $\mathcal{I}_{i,j} = 1$ . Un bloc contient donc nécessairement une ou plusieurs variables de bouclage.

L'ensemble des variables de bouclage d'un bloc dépend de l'ordre des variables dans ce bloc. On

peut chercher en permutant celles-ci un ensemble minimal de variables de bouclage (ne contenant pas un sous-ensemble de variables de bouclage) ou l'ensemble minimum (de cardinal minimal) (concepts détaillés dans l'ouvrage [13]). Pour notre problème, les variables de bouclage considérées sont *MONN* (taux de change), *PU* (prix à la demande) et *Q* (valeur ajoutée) dans le bloc principal.

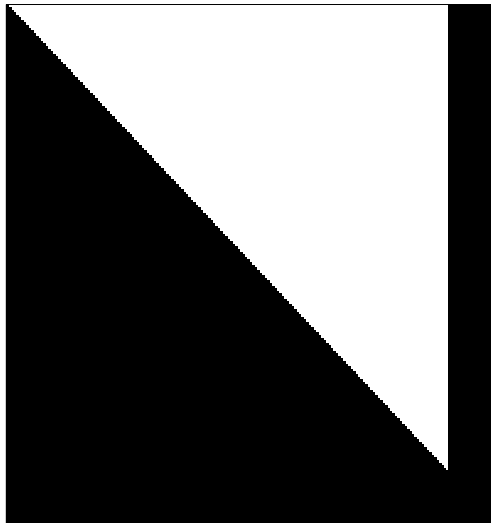


Figure 3.6: Principe du bloc réordonné avec les variables de bouclage à la fin.

La méthode consiste à réordonner les variables à l'intérieur du bloc, afin de placer les  $m$  variables de bouclage  $(y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m})$  à la fin du bloc, après les  $n$  autres variables,  $(y_1, y_2, \dots, y_n)$ . La structure du bloc est alors semblable à celle indiquée sur la figure 3.6. Les variables sont ainsi définies par

$$\begin{aligned}
 y_1 &= f_1(y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m}) \\
 y_2 &= f_2(y_1, y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m}) \\
 y_3 &= f_3(y_1, y_2, y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m}) \\
 &\dots \\
 y_n &= f_n(y_1, y_2, \dots, y_{n-1}, y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m}) \\
 y_{n+1} &= f_{n+1}(y_1, y_2, \dots, y_{n-1}, y_n, y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m}) \\
 &\dots \\
 y_{n+m} &= f_{n+m}(y_1, y_2, \dots, y_{n-1}, y_n, y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m})
 \end{aligned}$$

Vu cette structure, il est possible, formellement, de remplacer dans chacune des équations  $y_1$  par  $f_1(y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m})$ , puis  $y_2$  par  $f_2(f_1(y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m}), y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m}) = \bar{f}_2(y_1, y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m})$ , puis de même pour  $y_3$ , et ainsi de suite jusqu'à  $y_n$ . On peut donc restreindre le bloc aux variables de bouclage, définies implicitement par un système non trivial de  $m$  équations, et en théorie résoudre ce système par des méthodes classiques, qui deviennent envisageables pour la dimension alors restreinte du système. Mais, alors que dans le bloc initial, la matrice d'incidence est très 'creuse', ie les fonctions dépendent en fait de peu de variables, les fonctions modifiées  $\bar{f}$  dépendent de toutes les variables du bloc initial, et elles sont beaucoup trop lourdes pour être manipulées <sup>3</sup>, et excluent pratiquement cette modification réalisable

<sup>3</sup>Là encore, un test avec un logiciel de calcul symbolique mérite d'être effectué.

théoriquement.

Cependant, si on ne peut disposer des fonctions, on peut obtenir leurs valeurs, en calculant, pour certaines valeurs librement choisies de  $(y_1, y_2, \dots, y_n, y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m})$  la valeur de  $f_1(y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m})$ , puis celle de  $f_2(y_1, y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m})$ , etc. Si on note  $\bar{F} = (f_{n+1}, \dots, f_{n+m})$ , cela signifie qu'on peut calculer rapidement  $\bar{F}(y_1, y_2, \dots, y_n, y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m})$ . Ceci est suffisant pour calculer un jacobien approché de  $\bar{F}$  en  $Y_0$  par différences finies entre  $\bar{F}(Y_0(1 - 2^{-20}))$  et  $\bar{F}(Y_0(1 + 2^{-20}))$  (cette quantité  $2^{-20}$  est la plus petite possible, donc la plus précise, en tenant compte de la précision de Scilab), à l'aide d'un script présenté en section 6.2.4.

Ce jacobien approché permet de résoudre le système restreint aux variables de bouclage par la méthode de Newton-Raphson, ce qui fournit les valeurs de  $(y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m})$ , à partir desquelles on peut déterminer les valeurs de  $(y_1, y_2, \dots, y_n)$ .

Notre modèle, réordonné avec  $MONN$ ,  $PU$  et  $Q$  en variables de bouclage du bloc principal, ne présente pas exactement la structure de la figure 3.6, comme on peut le voir sur la figure 3.7, où les variables de bouclage ne sont pas suffisantes pour assurer que la partie 'non-bouclage' est triangulaire inférieure. Mais le principe de résolution est identique, à la différence qu'il faut envisager un algorithme récursif, avec la résolution de blocs à l'intérieur de la partie 'non-bouclage'.

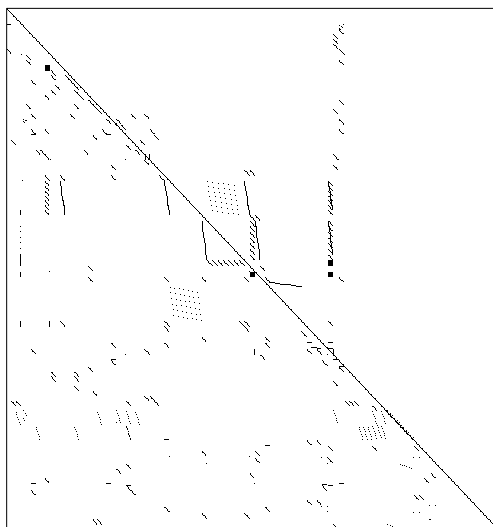


Figure 3.7: Matrice d'incidence réordonnée avec les variables de bouclage  $MONN$ ,  $PU$  et  $Q$  à la fin.

### 3.5 Méthode de Newton-Raphson

Cette méthode est très classique, et sera donc rapidement résumée. L'algorithme de base est le suivant:

1. On débute avec la valeur initiale  $Y^0$  et  $k = 0$ .
2. On incrémente  $k = k + 1$ .
3. On calcule le jacobien approché  $J^k$  de  $F$  en  $Y^{k-1}$ . Ainsi, par linéarisation de  $F$  en  $Y^{k-1} =$

$$(y_1^{k-1}, y_2^{k-1}, \dots, y_n^{k-1}),$$

$$\forall(i, j), f_i(y_1^{k-1}, \dots, y_j^{k-1} + \Delta y_j^{k-1}, \dots, y_n^{k-1}) \approx f_i(y_1^{k-1}, \dots, y_j^{k-1}, \dots, y_n^{k-1}) + J_{i,j}^k \Delta y_j^{k-1},$$

$$F(Y^{k-1} + \Delta Y^{k-1}) \approx F(Y^{k-1}) + J^k \Delta Y^{k-1}.$$

4. On définit alors  $Y^k = Y^{k-1} - J^{k-1} F(Y^{k-1})$ .
5. Si  $|Y^k - Y^{k-1}|$  est suffisamment petit (on prend la même différence relative que dans la section 3.1), alors l'approximation est satisfaisante, et  $Y^k$  est le résultat de l'algorithme. Sinon, on reprend à l'étape 2, avec la valeur initiale  $Y^k$ .

Dans le cas du bloc principal du modèle étudié, où l'on passe d'une dimension 400 à la dimension 20, le temps de calcul du jacobien, nécessitant  $2n$  évaluations de  $F$ , où  $n$  est la dimension de  $Y$ , est réduit par 40, et l'inversion du jacobien, d'ordre  $n^3$ , est réduite par 8000. Cela permet une convergence rapide.

### 3.6 Relaxation

On peut enfin assurer ou accélérer la convergence de cet algorithme par la relaxation. Ici aussi, cette méthode est classique et sera rapidement résumée.

Si  $\tilde{y}_i$  est solution de

$$y_i = f_i(Y_t, Y_{t-1}, X_t, CP),$$

alors, pour  $\alpha \in R$ ,  $\tilde{y}_i$  est aussi solution de

$$y_i = \alpha f_i(Y_t, Y_{t-1}, X_t, CP) + (1 - \alpha) y_i.$$

Cette modification de  $f_i$  permet, avec  $\alpha \in ]0; 2[$ , d'ajuster  $F$  pour une convergence optimale. Dans notre modèle, la relaxation a été utilisée sur les équations définissant  $M$ ,  $PU$ ,  $Q$ ,  $UT$  et  $X$ .

### 3.7 Résultats

Les algorithmes de résolution d'un grand système fonctionnent. Cependant, l'obtention de simulations satisfaisante s'est heurtée à trois difficultés:

- La première est due à la nouveauté pour moi de l'optimisation dynamique de grands systèmes, associée aux logiciels nouveaux ou peu connus (Scilab, Emacs) à découvrir ou maîtriser. Ceci, associé à la nécessité d'un travail autonome, a fait que les premiers temps du stage ont été peu productifs.
- La deuxième, due à une faute personnelle de méthode, est la suivante: je n'envisageais pas au début de mettre en oeuvre le principe des variables de bouclage, et lorsque celle-ci s'est révélée nécessaire, la méthode de stockage des variables était mal adaptée à sa mise en oeuvre, aboutissant à des simulations exagérément longues.
- La troisième est directement liée au système étudié: de nombreux paramètres sont déterminés par méthode statistique, à partir de séries nécessairement courtes; l'intervalle de confiance associé est donc large, et il est difficile de 'trouver' (on procède par tests successifs) des paramètres justes tels que le système soit effectivement convergent, en un temps raisonnable et sans prendre de valeurs aberrantes, d'autant plus que le système est de taille conséquente et que les simulations nécessaires sont trop longues.



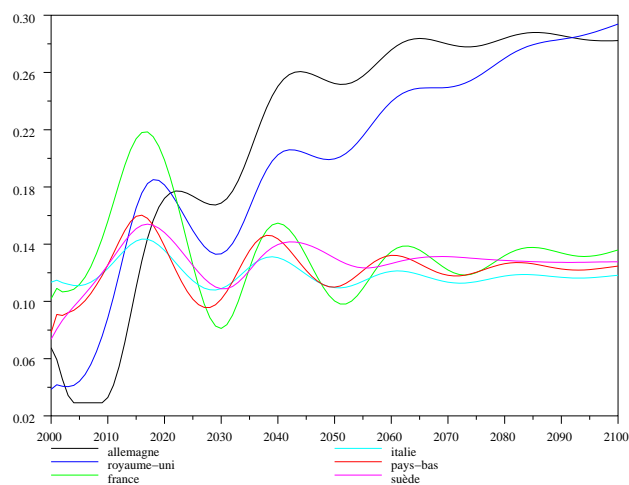


Figure 3.8: Variable  $TCHO$  (taux de chômage) qui prend des valeurs aberrantes dans une simulation défectueuse.

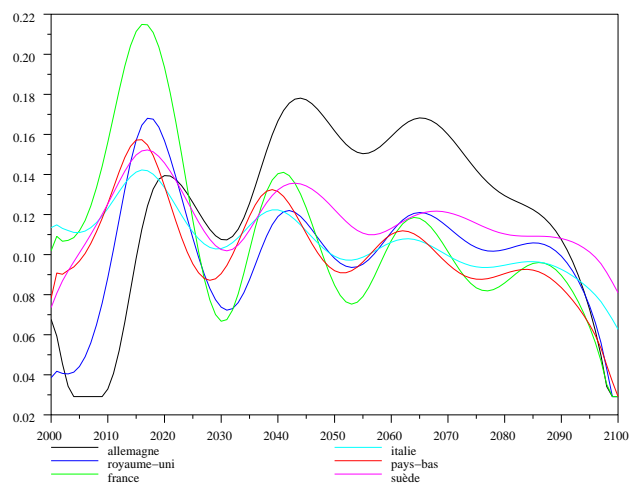


Figure 3.9: Variable  $TCHO$  (taux de chômage) qui chute à zéro dans une simulation défectueuse. Cette simulation échoue peu après, car les équations ne prennent pas en compte une telle situation.

La conséquence a été l'impossibilité pratique de déterminer avant la fin du stage le sentier équilibré de croissance de long terme, comme le montrent deux des simulations tentées (figures 3.8 et 3.9).

Cette connaissance de l'équilibre du système est indispensable pour les étapes ultérieures; c'est pourquoi, bien que complètement connue au point de vue théorique, la suite du stage, constituant la partie réellement intéressante et sensée fournir des résultats, n'a pas pu être réalisée dans la

pratique. Le travail prévu est néanmoins brièvement décrit dans le chapitre suivant.

# Chapter 4

## L'analyse

### 4.1 Détermination des valeurs propres

On suppose le point d'équilibre du système connu, associé à la valeur  $Y_0$  des variables endogènes. La linéarisation de  $F$  en  $Y_0$  peut alors être effectuée à l'aide du script de jacobien approché déjà utilisé pour la méthode de Newton-Raphson, adapté pour tenir compte des variations de  $Y_t$ ,  $Y_{t-1}$  et  $X_t$ .

On obtient ainsi, comme détaillé à la section 2.2,

$$\mathcal{Y}_t \approx A\mathcal{Y}_t + B\mathcal{Y}_{t-1} + C\mathcal{X}_t,$$

puis

$$\mathcal{Y}_t \approx D\mathcal{Y}_{t-1} + E\mathcal{X}_t,$$

avec

$$D = (I + A)^{-1}B, \quad E = (I + A)^{-1}C.$$

Rien ne s'oppose alors à la diagonalisation de  $D$  par des scripts internes à Scilab, si ce n'est la dimension de cette matrice qui pourrait avoir pour conséquence un temps nécessaire important; aucune solution ne se présente afin de réduire ce temps dans le cadre d'une diagonalisation exacte<sup>1</sup>. On obtient alors la liste des valeurs propres complexes et des vecteurs propres associés.

### 4.2 Etude des valeurs propres

On peut alors aisément trier les valeurs propres selon plusieurs critères:

- Par module, pour faire apparaître les variables pour lesquelles l'amortissement des chocs externes est la plus longue.
- Par argument, pour faire apparaître les variables qui oscillent en phase.
- Par sous-espace propre, pour faire apparaître les variables liées par un même phénomène d'oscillations.

Bien sûr, les vecteurs propres du système ne correspondront probablement pas à des variables endogènes, mais à une combinaison de certaines de celles-ci. Selon l'importance de la contribution de la variable  $y$  dans le vecteur propre  $v$ , l'oscillation associée à  $v$  explique plus ou moins le comportement de  $y$ .

Il est également important de considérer qu'on diagonalise un jacobien approché, et pas la linéarisation exacte. Les conclusions de cette diagonalisation doivent être modérées par cette imprécision.

---

<sup>1</sup>Il existe des algorithmes de diagonalisation approchée, plus rapides, mais qui ne peuvent à priori pas convenir.

Enfin, il est intéressant de répéter cette procédure pour différentes configurations des paramètres et des leviers de politique économique (règles de taux, UEM) afin d'observer l'efficacité de telles décisions dans la minimisation des conséquences de chocs externes sur l'économie.

## Chapter 5

# Conclusion et commentaires

Ce rapport de stage est évidemment incomplet, car les objectifs du stage n'ont pas été complètement atteints. En l'absence de résultats concrets, la conclusion la plus adaptée concerne donc les pistes à suivre pour compléter ou reprendre l'étude plus efficacement.

Tout d'abord, la compréhension économique précise du modèle serait un atout précieux pour corriger les erreurs de données et sélectionner les informations pertinentes. Cela m'était difficile, en raison de mon parcours universitaire, mais pourrait être résolu par la suite prévue de celui-ci.

Avec plus de temps disponible, l'élaboration d'une interface informatique spécialisée permettrait de gérer plus efficacement la dimension du système, en disposant plus aisément de tous les renseignements associés à une variable. L'intégration des scripts et des équations du modèle au logiciel de calcul numérique sous la forme directe de code dans un langage de programmation (C, Fortran), bien que complexe, est porteuse de nombreuses potentialités de rapidité.

De même, l'étude des valeurs propres peut en partie être automatisée, ce qui permet d'effectuer de nombreuses études successives, pour une analyse fine des dépendances entre les cycles et les paramètres.

Une étude formelle, même partielle, mérite également d'être tentée sur le système dynamique à l'aide d'un logiciel spécialisé. Elle permettrait d'assurer mathématiquement les propriétés de convergence de l'algorithme et d'existence et/ou d'unicité de solutions du système, et éventuellement d'obtenir des valeurs exactes plutôt qu'approchées.

Effectuer préalablement à l'étude globale une étude partielle limitée à un pays, en considérant comme exogènes les variables liant les économies nationales, permettrait de valider plus rapidement les procédés. Ce principe s'applique à l'étude numérique comme à une étude formelle.

Enfin, il peut être intéressant d'effectuer à posteriori de l'étude mathématique une étude plus descriptive du modèle, afin d'y analyser économiquement les sources des phénomènes cycliques.

Appliquer toutes ces idées peut constituer le programme d'une étude ultérieure, et cela nécessiterait assurément plus de temps que le stage permettait d'en disposer. À titre personnel, l'échec relatif du stage va de paire avec un intérêt croissant accordé au sujet et au projet de poursuivre le travail pour une étude plus complète et menée avec succès.

# Chapter 6

## Annexes

### 6.1 Equations et variables du modèle

1	Allemagne
2	Grande-Bretagne
3	France
4	Italie
5	Pays-Bas
6	Suède
7	reste du monde
8	Union Européenne

Table 6.1: Signification des indices utilisés.

Les variables sont détaillées dans les tableaux<sup>1</sup> 6.2, 6.3 et 6.4, pages 28, 29 et 29. Voici quelques unes des équation du modèle. Les lettres grecques désignent des coefficients déterminés par méthodes statistiques. Les indices  $i$  correspondent au pays concerné.

Equations à expression unique:

**chômage:**

$$CHO_{i,t} = \max(0.03 LT_{i,t}, CHO_{i,t-1} + \alpha(LT_{i,t} - LT_{i,t-1}) + \beta(POP65_{i,t} - POP65_{i,t-1}) + \gamma(CHO_{i,t-1} - \delta LT_{i,t-1} - \zeta POP65_{i,t-1} - \eta DU_{i,t}) + \theta)$$

**emploi salarié:**

$$LE_{i,t} = LE_{i,t-1} \exp(\alpha \log(Q_{i,t}/Q_{i,t-1}) + \beta(\log(Q_{i,t-1}/LE_{i,t-1}) - \gamma TEMPS_{i,t} - \delta(TEMPS_{i,t} + 7)(TEMPS_{i,t} \geq -7)) + \zeta + \eta)$$

**prix de la valeur ajoutée:**

$$PVA_{i,t} = PVA_{i,t-1} \exp(\alpha \log(CSUP_{i,t}/CSUP_{i,t-1}) + \beta UT_{i,t} + \gamma \log(CSUP_{i,t-1}/PVA_{i,t-1}) + \delta + \zeta)$$

**taux de salaire annuel:**

$$W_{i,t} = W_{i,t-1} \exp(\alpha \log(PC_{i,t}/PC_{i,t-1}) + \beta \log(TCHO_{i,t}) - \gamma \log(W_{i,t-1} LE_{i,t-1} (1 + TCSE_{i,t-1}) / QVAL_{i,t-1}) + \delta + \zeta)$$

**évolution des stocks, pour  $i \in \{1, 4, 5\}$ :**

$$DSTOC_{i,t} = \alpha(Q_{i,t} - Q_{i,t-1}) + \beta$$

**évolution des stocks, pour  $i \in \{2, 3\}$ :**

$$DSTOC_{i,t} = \alpha(Q_{i,t} - Q_{i,t-1}) + \beta(Q_{i,t-1} - Q_{i,t-2}) + \gamma$$

**évolution des stocks, pour  $i = 6$ :**

$$DSTOC_{i,t} = 0.5 \alpha(Q_{i,t} - Q_{i,t-2}) + \beta DF_{i,t} + \gamma$$

<sup>1</sup>Faute de temps, certaines variables, non essentielles, n'ont pu être identifiées ou traduites.

**rapport investissement/capital:**

$$IK_{i,t} = \alpha IK_{i,t-1} + \beta(Q_{i,t} - Q_{i,t-1})/Q_{i,t-1} + \gamma UT/0.85 + \delta TPROB_{i,t} + \zeta(TIL_{i,t} - 100(PC_{i,t} - PC_{i,t-1})/PC_{i,t-1}) + \eta + \theta$$

**importation:**

$$M_{i,t} = \exp(\alpha \log(DF_{i,t} OUV_{i,t}) + \beta(\log(UT_{i,t}) - \gamma \log(UTX_{i,t})) + \delta \log(COMPM_{i,t}) + \zeta + \eta)$$

**prix à l'exportation:**

$$PEX_{i,t} = \exp(\alpha \log(PP_{i,t}) + (1 - \alpha) \log(PPX_{i,t}) + \beta TEMPSP0_{i,t} + \gamma + \delta)$$

**prix à l'exportation de  $i$  vers  $j$ :**

$$PEXP_{i,j,t} = PEX_{j,t} \exp((1 - \alpha) \log(PP_{i,t}/MONN_{i,t}/(PPX_{i,t}/MONN_{i,t})))$$

**consommation des ménages:**

$$CO_{i,t} = CO_{i,t-1} \exp(\alpha \log(RDM_{i,t}/PC_{i,t}/(RDM_{i,t-1}/PC_{i,t-1})) + \beta(0.5 \log(PC_{i,t}/PC_{i,t-1}) + (1-0.5) \log(PC_{i,t-1}/PC_{i,t-2})) + \gamma(TCHO_{i,t} - TCHO_{i,t-1}) + \delta \log(RDM_{i,t-1}/(CO_{i,t-1} PC_{i,t-1})) + \zeta(TIC_{i,t} - 100(PC_{i,t} - PC_{i,t-1})/PC_{i,t-1}) + \eta + \theta)$$

**valeur ajoutée:**

$$Q_{i,t} = PIBM_{i,t} - (DF_{i,t} * TTV0_{i,t})/(1 + TTV0_{i,t})(1 + \alpha)$$

**prix à la consommation:**

$$PU_{i,t} = PUHT_{i,t}(1 + TTV_{i,t})/(1 + TTV0_{i,t})$$

Equations à expressions multiples, selon l'option choisie:

**taux de change:**

$$MONN_{i,t} = (1 - \alpha)(MONNX_{i,t} + \beta * MONN_{8,t} MONN_{i,t-1}/MONN_{8,t-1})$$

$$MONN_{i,t} = (1 - \alpha)(MONN_{i,t-1}(\beta PC_{i,t}/PC_{i,t-1}/(PP_{7,t}/PP_{7,t-1}) + \gamma PC_{i,t-1}/PC_{i,t-2}/(PP_{7,t-1}/PP_{7,t-2})) + \delta(XVAL_{i,t} - MVAL_{i,t})/(XVAL_{i,t} + MVAL_{i,t}) + \zeta)(1 + \eta) + \theta * MONN_{8,t} MONN_{i,t-1}/MONN_{8,t-1})$$

$$MONN_{i,t} = (1 - \alpha)(MONN_{i,t-1}(1 + \beta(TIC_{i,t} - TIC_{7,t})) + \gamma * MONN_{8,t} MONN_{i,t-1}/MONN_{8,t-1})$$

**taux d'intérêt court terme:**

$$TIC_{i,t} = TICX_{i,t}$$

$$TIC_{i,t} = TICR_{i,t} + 100(PU_{i,t} - PU_{i,t-1})/PU_{i,t-1}$$

$$TIC_{i,t} = 50(UT_{i,t} - \alpha)/\beta + 150 * (PU_{i,t} - PU_{i,t-1})/PU_{i,t-1} + TICT_{i,t} + \gamma$$

$$TIC_{i,t} = TIC_{2,t}$$

$$TIC_{i,t} = TIC_{8,t} + \alpha$$

## 6.2 Scripts SCILAB

Voici les scripts<sup>2</sup> écrits pour manipulation du modèle à l'aide du logiciel de calcul scientifique Scilab 2.6.

<sup>2</sup>Faute de temps, ces scripts n'ont été commentés, alors que cela serait bien entendu nécessaire.

## 6.2.1 Construction de la matrice d'incidence

```
// vecteur des variables endogènes, dans l'ordre des définitions par les équations
VARS=[];
for i=1:length(FLIST),
    VARS=[VARS;FVOUT(i)];
end;

// construction de la matrice d'incidence
incid=sparse([],[],[length(FLIST),length(FLIST)]);
k=0;
for i=1:length(FLIST),
    for j=1:length(FLIST),
        incid(i,j)=(sum(FVIN(i)==VARS(j)))+(i==j));
    end; k=k+1;
    if k>9 then k=0; graph(incid);
    end;
end;
```

## 6.2.2 Permutation des équations, afin d'obtenir une structure à blocs

```
// EXTRACTION DE PROLOGUE ET EPILOGUE
function st=permpe(A)
disp('pro/epi');
s=size(A,1);
st=list();
st(1)=list(); st(1)(1)='l'; st(1)(2)=[];
st(2)=list(); st(2)(1)='b'; st(2)(2)=cumsum(ones(1,s));
st(3)=list(); st(3)(1)='r'; st(3)(2)=[];
test=%T;
while test,
    B=A(st(2)(2),st(2)(2));
    nl1=find(full(sum(bool2s(B),'c')==1));
    st(1)(2)=[st(1)(2),st(2)(2)(nl1)];
    st(2)(2)=moins(st(2)(2),st(2)(2)(nl1));
    B=A(st(2)(2),st(2)(2));
    nc1=find(full(sum(bool2s(B),'r')==1));
    st(3)(2)=[st(2)(2)(nc1),st(3)(2)];
    st(2)(2)=moins(st(2)(2),st(2)(2)(nc1));
    test=((length(nl1)>0)|(length(nc1)>0));
end;
endfunction;

// EXTRACTION DE BLOC
function st=permb(A)
disp('bloc');
s=size(A,1);
Alist=list();
for i=1:s,
    Alist(i)=find(A(i,:));
end;
testbloc=%F; testscan=%F;
l=1;
```



```

bloc=unique(Alist(1));
nb=length(bloc);
while (~testbloc)&(~testscan),
    [b1l,b1c]=find(A(bloc,:));
    bloc=unique(b1c);
    nb2=length(bloc);
    if nb2==nb then..
        testbloc=%T;
    end;
    if nb2==s then..
        bloc=[]
        l=l+1;
disp(1);
        if l<=s then..
            bloc=unique(Alist(1));
        end;
    end;
    if l>s then..
        testscan=%T;
    end;
    nb=nb2;
end;
if testbloc then..
    disp('bloc trouvé');
    st=list();
    st(1)=list();
    st(1)(1)='b';
    st(1)(2)=bloc;
    st(2)=list();
    st(2)(1)='b';
    st(2)(2)=moins(cumsum(ones(1,s)),bloc);
else..
    st=list();
    st(1)=list(); st(1)(1)='b'; st(1)(2)=[cumsum(ones(1,s))];
end;
endfunction;

// PERMUTATION EN PORTIONS LINEAIRES ET BLOCS NON ITEREE
function st=permpeb(A)
    stpe=permpe(A);
    if length(stpe(2)(2))>3 then..
        B=A(stpe(2)(2),stpe(2)(2));
        stb=permb(B);
    else..
        stb=list();
        stb(1)=list();
        stb(1)(1)='b';
        stb(1)(2)=[];
    end;
    if length(stb)==1 then..
        st=stpe;
    else..
        st=list();
        st(1)=stpe(1);

```

```

    st(2)=stb(1);
    st(2)(2)=stpe(2)(2)(stb(1)(2));
    st(3)=stb(2);
    st(3)(2)=stpe(2)(2)(stb(2)(2));
    st(4)=stpe(3);
end;
endfunction;

//COMPACTIFICATION DE LA STRUCTURE
function stc=compact(st)
    stc=list();
    k=1;
    for i=1:length(st),
        if st(i)(2)~=[] then..
            if st(i)(1)=='b' then..
                stc(k)=st(i);
                k=k+1;
            end;
            if st(i)(1)=='l' then..
                if (k>1) then..
                    if stc(k-1)(1)~='l' then..
                        stc(k)=st(i);
                        k=k+1;
                    else..
                        stc(k-1)(2)=[stc(k-1)(2),st(i)(2)];
                    end;
                else..
                    stc(k)=st(i);
                    k=k+1;
                end;
            end;
        end;
    end;
endfunction;

// PERMUTATION EN PORTIONS LINEAIRES ET BLOCS ITEREE
function st=permute(A)
    st=list();
    B=A;
    s=size(B,1);
    st=permpeb(B);
    if length(st)>3 then..
        st1=permute(B(st(2)(2),st(2)(2)));
        st2=permute(B(st(3)(2),st(3)(2)));
        stc=list();
        stc(1)=st(1);
        l1=length(st1);
        l2=length(st2);
        for i=1:l1,
            stc(i+1)=list();
            stc(i+1)(1)=st1(i)(1);
            stc(i+1)(2)=st(2)(2)(st1(i)(2));
        end;
        for i=1:l2,

```

```

    stc(i+1+l1)=list();
    stc(i+1+l1)(1)=st2(i)(1);
    stc(i+1+l1)(2)=st(3)(2)(st2(i)(2));
end;
stc(l1+l2+2)=st(4);
st=stc;
end;
st=compact(st);
endfunction;

```

### 6.2.3 Calcul itératif de la solution du système, par la méthode de Gauss-Seidel

```

function Zt=calcul(S,P,Yt,Yt1,Yt2,Xt,Xt1,Xt2,CP,eps)
Zt=Yt;
for i=1:length(S),
    if S(i)(1)=='l' then..
        disp('lineaire');
        for j=P(S(i)(2)),
            F=FLIST(j);
            if length(FOUT(j)(2))==1 then..
                Zt(FOUT(j)(1))(FOUT(j)(2))=F(Zt,Yt1,Yt2,Xt,Xt1,Xt2,CP);
            else..
                Zt(FOUT(j)(1))(FOUT(j)(2)(1),FOUT(j)(2)(2))=F(Zt,Yt1,Yt2,Xt,Xt1,Xt2,CP);
            end;
            clear F;
        end;
    elseif S(i)(1)=='b' then..
        disp('bloc');
        e=10;
        while e>eps,
            e=0;
            for j=P(S(i)(2)),
                F=FLIST(j);
                value=F(Zt,Yt1,Yt2,Xt,Xt1,Xt2,CP);
                clear F;
                if length(FOUT(j)(2))==1 then..
                    prevalue=Zt(FOUT(j)(1))(FOUT(j)(2));
                else..
                    prevalue=Zt(FOUT(j)(1))(FOUT(j)(2)(1),FOUT(j)(2)(2));
                end;
                ee=(value-prevalue)/(prevalue+(prevalue==0));
                e=max(e,abs(ee));
                if length(FOUT(j)(2))==1 then..
                    Zt(FOUT(j)(1))(FOUT(j)(2))=value;
                else..
                    Zt(FOUT(j)(1))(FOUT(j)(2)(1),FOUT(j)(2)(2))=value;
                end;
            end;
            disp(e);
        end;
    end;
end;
end;

```

```
endfunction;
```

### 6.2.4 Jacobien approché

```
function dydx=jac(x0,f,n) //:n=20
dx=ones(x0)*2^(-n); x1=ones(x0)'*.x0-diag(dx); x2=ones(x0)'*.x0+diag(dx);
y0=f(x0);
dy1=[]; for j=1:length(x0), dy1=[dy1;f(x1(j,:))-y0]; disp(j); end;
dy2=[]; for j=1:length(x0), dy2=[dy2;f(x2(j,:))-y0]; disp(j); end;
dydx=sparse((dy2-dy1)./(2*(dx'*.ones(y0))));
disp('Fini!');
endfunction;
```

nom	signification	$i = 1..6$	$i = 7$	$i = 8$
$AII_i$	autres impôts indirects	•		
$BFS_i$	capacité de financement des entreprises	•		
$CAP_i$	capacité de production			•
$CFG_i$	capacité de financement de l'administration	•		
$CFGP_i$	capacité de financement de l'administration, en points de PIB	•		
$CHO_i$	chomage	•		
$CIE_i$	intérêts nets payés par les entreprises	•		
$CIG_i$	intérêts nets payés par l'administration	•		
$CIX_i$	intérêts nets payés par le reste du monde	•		
$CO_i$	consommation des ménages	•		
$COMP M_i$	compétitivité des prix à l'importation (pris à l'import / prix de production locale)	•	•	
$COMP X_i$	compétitivité des prix à l'exportation (pris à l'export / prix de production étrangère)	•		
$CSE_i$	contributions sociales des entreprises	•		
$CSS_i$	contributions sociales des salariés	•		
$CSUP_i$	coût salarial unitaire	•		
$DEPG_i$	dépenses d'état	•		
$DF_i$	demande finale locale	•	•	
$DFGV_i$	demande finale de l'administration à prix courant	•		
$DM_i$		•	•	
$DSTOC_i$	évolution des stocks	•		
$I_i$	investissement de production	•		
$IK_i$		•		
$IRPP_i$	impôt sur le revenu	•		
$IS_i$	impôt sur les bénéfices des entreprises	•		
$K_i$	capital de production	•		
$LE_i$	emploi des entreprises	•		
$LPIM_i$		•		
$LT_i$	emploi total	•		
$LX_i$		•		
$M_i$	importation totale	•	•	•
$MARG_i$	marges des entreprises	•	•	•
$MONN_i$		•		
$MSAL_i$		•		
$MSG_i$	salaire payé par l'administration	•		
$MVAL_i$	importation, à prix courant	•	•	•
$PC_i$	indice des prix à la consommation	•		•
$PCH_i$		•		•
$PEX_i$	indice des prix à l'exportation	•	•	•
$PIBM_i$	produit intérieur brut du marché	•		•
$PIBMVAL_i$	produit intérieur brut du marché à prix courant	•		•
$PIM_i$	population active	•	•	•
$PP_i$	indice des prix à la production	•	•	
$PPIB_i$	indice des prix PIB	•		•
$PPIBM_i$		•		•
$PPX_i$	prix à la production des pays clients, pondérés	•	•	
$PPXM_i$		•		
$PROD_i$	productivité apparente du travail	•		
$PROF_i$	profits des entreprises	•		
$PSOC_i$	bénéfices sociaux	•		
$PU_i$	indice des prix à la demande locale	•		•
$PUHT_i$	indice des prix à la demande locale, TVA exclue	•		
$PVA_i$	prix de la valeur ajoutée	•		
$Q_i$	valeur ajoutée	•	•	•
$QVAL_i$	valeur ajoutée, à prix courant	•		
$RDM_i$	revenus disponibles des ménages	•		
$RDR_i$	revenus disponibles des ménages, en pouvoir d'achat	•		
$RECG_i$	ressources de l'administration	•		
$REVQ_i$	revenus des ménages provenant de la production, autres que les salaires	•		
$REX_i$	revenus des ménages provenant de la production, autres que les bénéfices	•		
$RM_i$	revenus des ménages	•		
$SOLCO_i$	solde commercial	•		
$SOLDE_i$	solde budgétaire national	•		
$SUBV_i$	subventions aux entreprises	•		
$TCHO_i$	taux de chômage	•		
$TCVAL_i$	rapport import/export à prix courant	•	•	•
$TCVOL_i$	rapport import/export à prix constant	•	•	•
$TECH_i$	rapport des prix import/export	•	•	•
$TI_i$	taux d'intérêt courant sur les nouveaux emprunts	•		
$TIC_i$	taux d'intérêt court terme sur les nouveaux emprunts	•		•
$TIL_i$	taux d'intérêt long terme sur les nouveaux emprunts	•		
$TIM_i$	taux d'intérêt moyen terme sur les nouveaux emprunts	•		
$TMARG_i$	taux de marge	•		
$TPRO_i$	taux de profits	•		
$TPROB_i$	taux de marge du capital aux prix de remplacement	•		
$TV A_i$	taxe sur la valeur ajoutée	•		
$UT_i$	taux d'utilisation des moyens de production	•	•	•
$UTX_i$	taux d'utilisation des moyens de production des pays exportant vers le pays $i$	•	•	
$W_i$	taux de salaire annuel	•		
$X_i$	exportation	•	•	•
$XVAL_i$	exportation à prix courant	•	•	•

Table 6.2: Variables endogènes à un indice.

nom	signification
$MP_{i,j}$	importation de $i$ venant de $j$
$PEXP_{i,j}$	indice des prix à l'exportation de $i$ vers $j$
$XP_{i,j}$	exportation de $i$ vers $j$ , en devise de 1990

Table 6.3: Variables endogènes à deux indices, pour  $i = 1..7$  et  $j = 1..7$ .

nom	signification	$i = 1..6$	$i = 7$	$i = 8$
$A\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$B\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$C\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$CIE\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$CIG\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$CT_i$	coefficient technique (consommation intermédiaire par unité de valeur ajoutée)	•		
$D\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$DF0_i$			•	
$DFG_i$		•		
$DFXR_i$	rapport 'autres éléments de demande'/PIB	•		
$DM_i$				
$DU_i$		•		
$EC\_PIM_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$EC\_Q_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$I\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$LG_i$	population employée par l'administration	•		
$M\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$MONNX_i$		•	•	•
$N\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$OUV_i$	croissance indépendante du commerce	•		
$PIM\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$POP65_i$	population en age de travailler	•		
$PP0_i$			•	
$PRODK_i$	productivité structurelle du capital	•		
$PSOCR_i$	bénéfices sociaux, en pouvoir d'achat	•		
$RDEPG_i$	rapport demande non identifiée des administrations/PIB	•		
$RPC_i$	rapport prix à la consommation/ prix à la demande globale	•		
$RRECG_i$	rapport autres revenus des administrations/PIB	•		
$RREVQ_i$	rapport autres revenus des ménages que la production/production	•		
$RREVS_i$	autres revenus des ménages que la production, en pouvoir d'achat	•		
$TAI_i$	taux des autres impôts indirects	•		
$TCSE_i$	taux des contributions sociales des entreprises	•		
$TCSS_i$	taux des contributions sociales des salariés	•		
$TDEC_i$	taux de dépréciation du capital	•		
$TEMPS0_i$		•		
$TEMPS_i$	temps (0 en 1980)	•		
$TI\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$TICR_i$	taux d'intérêt à court terme sur les nouveaux emprunts	•		•
$TICT_i$		•		•
$TICX_i$		•		
$TIL\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•	•	
$TIM\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$TIRPP_i$	taux d'imposition sur le revenu	•		
$TIS_i$	taux d'imposition des sociétés	•		
$TSUB_i$		•		
$TTV_i$	taux de TVA	•		
$U\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$UT0_i$			•	
$UT\_PK_i$			•	
$V\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$W\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		
$X\_EC_i$	correction d'erreur résiduelle	•		

Table 6.4: Variables exogènes.

# Bibliography

- [1] J. ADDA, P. SIGOGNE : *Eléments pour une approche endogène des retournements conjoncturels*, Observations et diagnostics économiques n°45, OFCE, Paris, juin 1993
- [2] P. AUGIER, J. L. BRILLET, G. CETTE, R. GAMBINI : *MacSim : un logiciel de simulation macroéconomique*, Economie Internationale, la revue du CEPII n° 85, 1er trimestre 2001
- [3] P. AUGIER, J. L. BRILLET, G. CETTE, R. GAMBINI : *Macro-économie européenne : MacSim, un logiciel de simulation macroéconomique*, Montchrestien, Paris, 2001, à paraître
- [4] P. AUGIER, J. L. BRILLET, G. CETTE, R. GAMBINI : *The MacSim project, general economic description*, document de travail interne INSEE, non publié
- [5] P. AUGIER, J. L. BRILLET, G. CETTE, R. GAMBINI : *The efficiency of the Taylor rule : a stochastic analysis using the MacSim model*, document de travail interne INSEE, non publié
- [6] G. BENTOGGIO, J. FAYOLLE, M. LEMOINE : *Unité et pluralité dy cycle européen*, Observations et diagnostics économiques , OFCE, Paris, à paraître
- [7] J. L. BRILLET : *Modélisation Econométrique : principes et techniques*, Economica, Paris, 1994
- [8] J. L. BRILLET : *Le modèle Micro-DMS*, INSEE méthodes, Paris, 1994
- [9] J. L. BRILLET : *Simulation sous Windows de la maquette économique Micro-DMS*, INSEE méthodes, Paris, 1997
- [10] W. A. BROCK, A. G. MALLIARIS : *Differential equations, stability and chaos in dynamical economics*, North Holland, Amserdam, 1989
- [11] T. F. COLEMAN, Y. LI, éditeurs : *Large scale numerical optimization*, SIAM, Philadelphia, 1990
- [12] J. FAYOLLE : *Décrire le cycle économique*, Observations et diagnostics économiques n°45, OFCE, Paris, juin 1993
- [13] M. GILLI : *Understanding complex systems*, Automatica, Oxford, 1979
- [14] C. GOMEZ, ÉDITEUR : *Engineering and scientific computing with Scilab*, Birkhäuser, Boston, 1997
- [15] J. JOHNSTON : *Methodes économétriques*, Economica, Paris, 1985
- [16] J. L. LIONS, G. I. MARTCHOUK, éditeurs : *Etude numérique des grands systèmes*, Dunod, Paris, 1978

Rédaction réalisée sous L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>.  
Version 1.1, modifications de présentation mineures par rapport à la version précédente.  
Le 21 octobre 2001.