

UNIVERSITE DE PARIS I PANTHEON SORBONNE
DEA MMME

**PHENOMENES CYCLIQUES DANS
LE MODELE MACROECONOMIQUE MACSIM :
ETUDE, CONTROLE ET INTERPRETATION**

14 septembre 2001

jury

Jean-Marc Bonnisseau

Jean-Louis Brillet

présenté par

Nicolas Limare

Présentation de MacSim

Objectifs et particularités

Ce modèle est :

- récent (1998-2001)
- macroéconomique, néo-keynesien
- destiné à une application pédagogique sur la politique économique européenne
- international (Allemagne, Grande-Bretagne, France, Italie, Pays-Bas, Suède + 'reste du monde')
- multi-options (taux, Union monétaire Européenne)
- dynamique annuel, de taille 600

Description mathématique

Les 600 variables endogènes, à la période t , regroupées en Y_t , sont définies implicitement par un ensemble de 600 équations dépendant de :

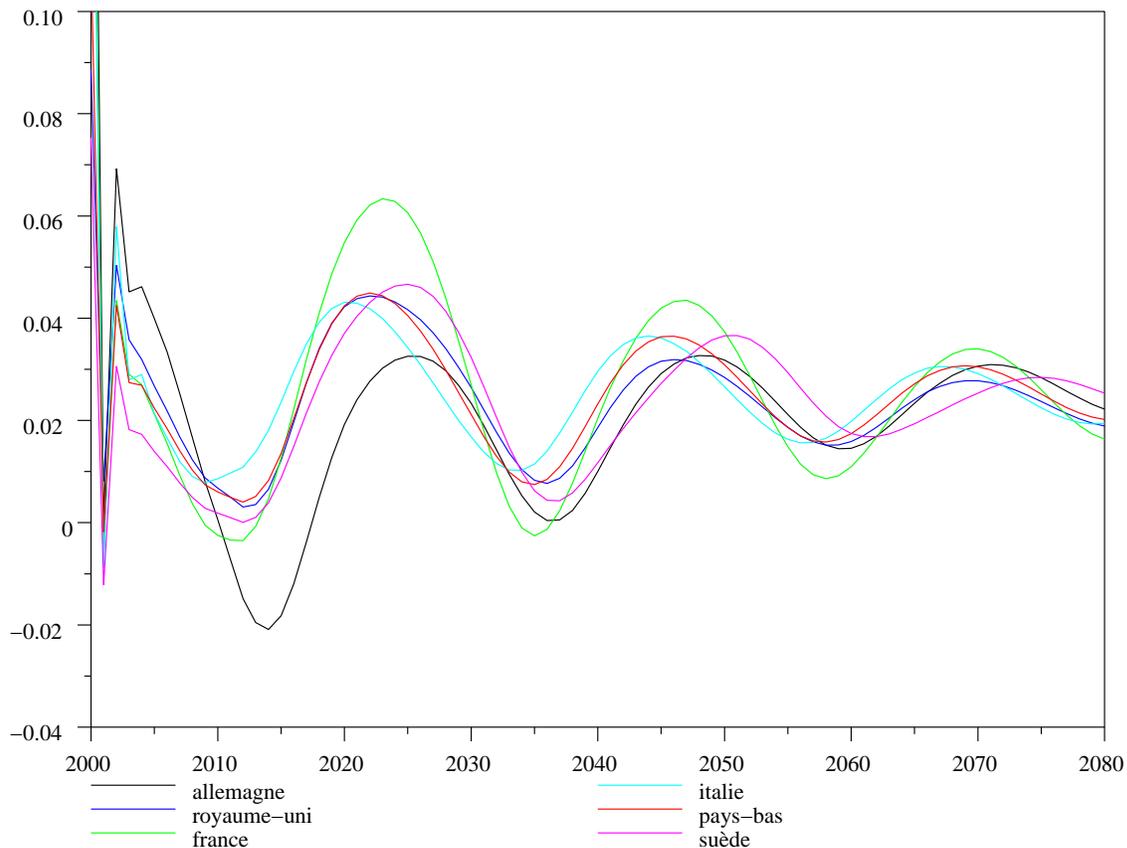
- l'ensemble X_t des variables exogènes à la période t , issue de données historiques prolongées
- les ensembles retardés X_{t-1} et X_{t-2} des variables exogènes aux périodes $t - 1$ et $t - 2$
- un ensemble CP de constantes et de paramètres, invariants
- les variables endogènes retardées Y_{t-1} et Y_{t-2}
- la valeur de Y_t (d'où le caractère implicite)

On a donc, $\forall t, Y_t = F(Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, CP) (E)$

Oscillation

Les simulations du modèle, ie les résolutions successives de l'équation (E), sont sensées converger vers un sentier stable de croissance endogène de long terme.

Si on applique un choc (sur les taux, les prix, la demande) sur l'économie, les indicateurs de celle-ci ont ensuite un comportement oscillant amorti.



Oscillations de $\log(Q_t/Q_{t-1})$, calculées sur 80 périodes. Q correspond à la valeur ajoutée, donc à la production réelle.

Ces oscillations sont au coeur des objectifs du stage.

Objectifs du stage

Le stage avait pour buts :

- La découverte du modèle MacSim.
- La simulation de celui-ci.
- La détermination du sentier de croissance endogène de long terme.
- La caractérisation des composantes cycliques de MacSim.
- L'étude de moyens d'action sur ces cycles.

En raison de difficultés techniques, de temps limité, et d'erreurs de méthode, il n'a pas été possible d'aller au delà du 3ème objectif. Après l'exposition de la théorie sur laquelle est construite l'étude, puis les techniques de simulation, ces obstacles seront détaillés, puis des pistes proposées afin de permettre une poursuite ultérieure.

Simplification du modèle

Le modèle est exprimé par l'équation

$$Y_t = F(Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, CP)$$

Le système dynamique associé se stabilise après T_0 périodes.

On peut modifier le système ainsi :

- Considérer $T_0 = 0$, donc débiter l'étude en une situation d'équilibre (qu'il est nécessaire d'avoir déterminé auparavant).
- Remplacer les variables Y_t par $Y'_t = (Y_t, Y_{t-1})$; l'équation devient $Y'_t = F(Y'_t, X_t, CP)$, car les valeurs retardées de X sont calculables à partir de X_t et des taux de croissance des variables exogènes.
- Envisager $\mathcal{Y}_t = \Delta Y_t / Y_t$ plutôt que Y_t , car à l'équilibre les variables endogènes suivent une croissance de taux fixe ; \mathcal{Y}_0 est donc un point fixe du système dynamique

$$\mathcal{Y}_t = (F(Y_t, Y_{t-1}, X_t, CP) - Y_{t-1}) / Y_t,$$

associé, implicitement, à

$$Y_t = \frac{Y_{t-1}}{1 - \mathcal{Y}_t}.$$

Linéarisation

L'étude des comportements cycliques du système dynamique passe par une linéarisation de celui-ci en Y_0 .

$$\Delta Y_t \approx \frac{\partial F}{\partial Y_t}_{Y_t=Y_0} \Delta Y_t + \frac{\partial F}{\partial Y_{t-1}}_{Y_{t-1}=Y_0} \Delta Y_{t-1} + \frac{\partial F}{\partial X_t}_{X_t=X_0} \Delta X_t,$$

ou, pour le système à point fixe,

$$\frac{\Delta Y_t}{Y_t} \approx A \frac{\Delta Y_t}{Y_t} + B \frac{\Delta Y_{t-1}}{Y_{t-1}} + C \frac{\Delta X_t}{X_t},$$

$$\mathcal{Y}_t \approx A\mathcal{Y}_t + B\mathcal{Y}_{t-1} + C\mathcal{X}_t,$$

avec

$$A = Y_t^{-1} \frac{\partial F}{\partial Y_t}_{Y_t=Y_0} Y_t,$$

$$B = Y_t^{-1} \frac{\partial F}{\partial Y_{t-1}}_{Y_{t-1}=Y_0} Y_{t-1},$$

$$C = Y_t^{-1} \frac{\partial F}{\partial X_t}_{X_t=X_0} X_t$$

Le système dynamique en \mathcal{Y} , linéarisé, est donc

$$\mathcal{Y}_t \approx D\mathcal{Y}_{t-1},$$

avec $D = (I + A)^{-1}B$.

Valeurs propres

Cette matrice D peut être diagonalisée en des valeurs propres λ_i complexes, et l'espace des variables endogènes peut être 'découpé' en sous-espaces propres.

Pour chacun de ceux-ci, la valeur propre nous renseigne sur la stabilité et le comportement oscillatoire des variables endogènes concernées.

- Les vecteurs propres convergent si et seulement si leur valeur propre est de module strictement inférieur à 1, et d'autant plus vite que ce dernier est proche de 0.
- La période des oscillations est égale à $|\frac{2\pi}{\rho(\lambda_i)}|$, où $\rho(\lambda_i)$ est l'argument de λ_i .
- Les variables incluses dans un même sous-espace propre ont des évolutions liées.

On peut ensuite répéter cette linéarisation puis diagonalisation

- Pour diverses valeurs des paramètres, ce qui permet d'observer des moyens d'action efficace.
- En linéarisant en des valeurs de Y_0 légèrement perturbées, afin de s'assurer que le comportement du système est qualitativement le même, car il serait possible que celui-ci converge vers un autre sentier après une perturbation.

Simulation numérique

La première nécessité consiste à effectuer une simulation du modèle, afin d'observer la croissance stable de long terme.

Pour des raisons de taille, cette simulation ne semble pas possible par des moyens formels exacts.

On réalise donc une simulation approchée, à l'aide d'un logiciel de calcul numérique.

Celle-ci consiste en une résolution approchée de $Y_t = F(Y_t, \dots)$ pour chaque période t .

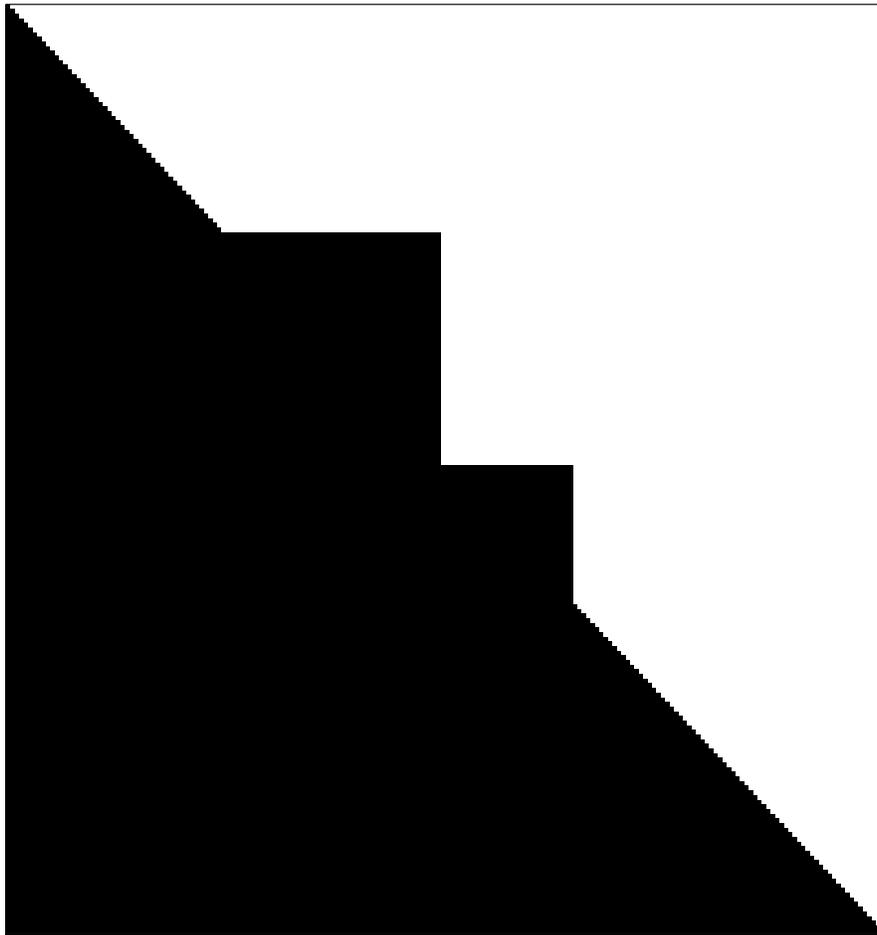
La méthode de Newton-Raphson est inefficace devant une telle dimension, car elle nécessite l'inversion d'une matrice, une opération d'ordre n^3 .

On se dirige donc vers la méthode de Gauss-Seidel, modifiée avec les variables de bouclage.

Le principe consiste à évaluer l'une après l'autre chacune des variables endogènes, en utilisant les dernières valeurs calculées des autres variables pour chacune des évaluations, puis répéter cela jusqu'à obtenir une convergence satisfaisante.

Réordonner les variables

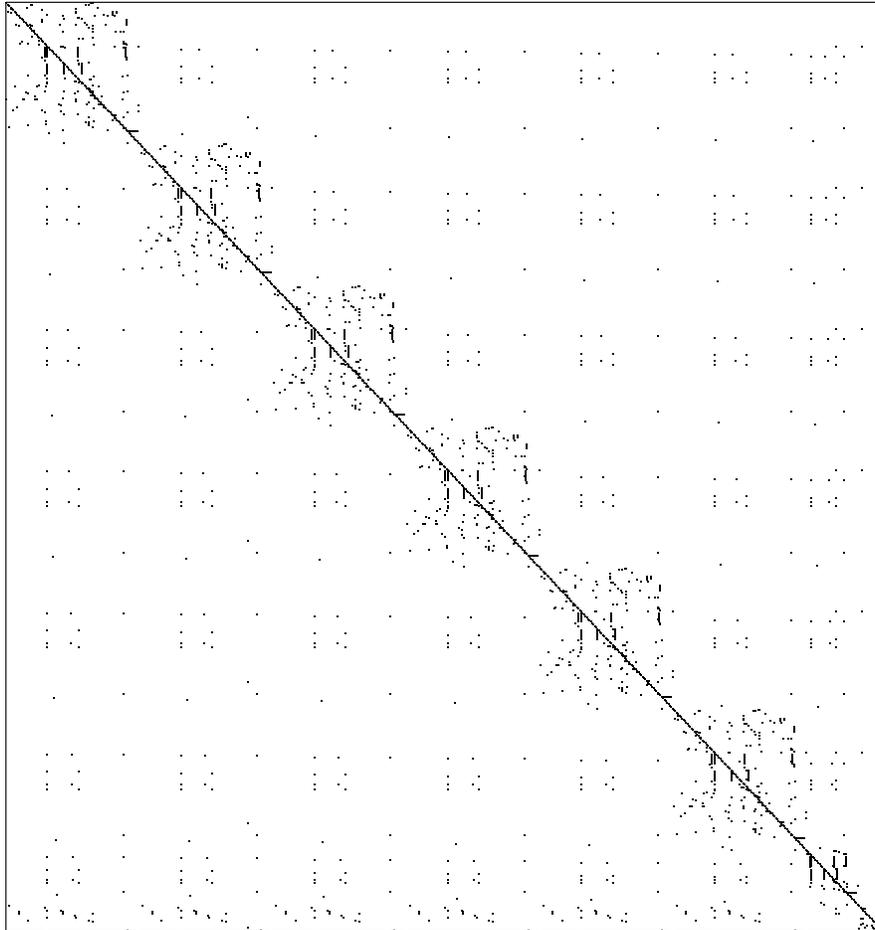
L'ordre des variables endogènes évaluées est essentiel pour l'efficacité. On modifie donc celui-ci, afin d'obtenir une matrice d'incidence du système reproduisant la structure suivante : un prologue, un ou des blocs, récursifs, puis un épilogue.



Un prologue, deux blocs, puis un épilogue.

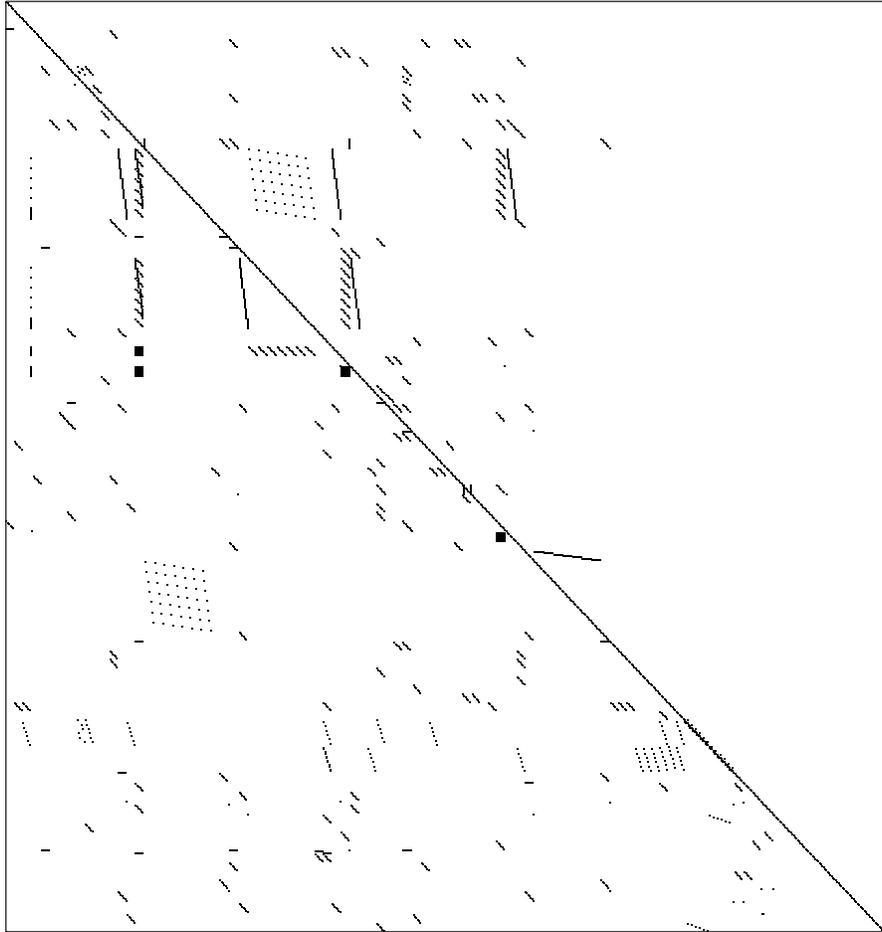
De cette manière, les portions linéaires (prologue, épilogue) ne nécessitent pas d'itération des évaluations pour obtenir une convergence, car la variable évaluée ne dépend que d'autres variables déjà évaluées jusqu'à la convergence souhaitée.

La matrice d'incidence initiale du système met en évidence la structure en du modèle et les liens entre les 6 pays, et la similitude des équations pour chaque pays.



Matrice d'incidence initiale du système.

Une fois réordonnée, elle comporte un bloc de taille 400, qui constitue la partie la plus longue à converger, et 12 petits blocs de taille 3.



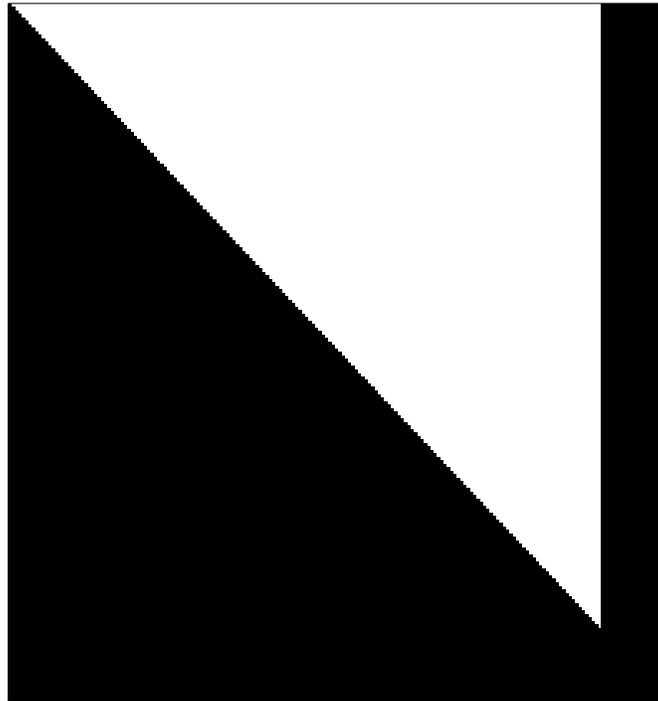
Matrice d'incidence réordonnée du système.

Bouclage

Avec un bloc de taille 400, la simulation fonctionne, mais les itérations sont encore trop longues pour permettre d'affiner les paramètres du système. C'est pour cette raison qu'on utilise la méthode des variables de bouclage, associée à celle de Gauss-Seidel.

Variables de bouclage

Une variable de bouclage est une variable y_i qui est utilisée dans la détermination d'une (au moins) autre variable y_j évaluée avant y_i . En déplaçant les variables de bouclage d'un bloc à la fin de celui-ci, on obtient la structure suivante de la matrice d'incidence.



Il est alors possible en théorie de remplacer dans chacune des équations y_1 par

$$f_1(y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m}),$$

puis y_2 par

$$f_2(f_1(y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m}), y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m}) \\ = \bar{f}_2(y_1, y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+m}),$$

et ainsi de suite pour chacune des variables n'établissant pas de boucle.

On obtient ainsi un système restreint aux variables de bouclage, résoluble, car beaucoup plus petit, par la méthode de Newton-Raphson.

Cependant, les nouvelles fonctions sont beaucoup trop lourdes pour être manipulées, mais peuvent être évaluées pour n'importe quelle valeur des variables ; cela est suffisant pour une méthode de Newton-Raphson approchée.

Newton-Raphson approché

Dans la méthode classique, le principe de convergence est

$$Y^k = Y^{k-1} - J^{k-1} F(Y^{k-1}),$$

où J^k est le jacobien de F en Y_k . On peut ici obtenir une efficacité proche en se contentant d'un jacobien approché, par différences finies.

Relaxation

Enfin, la convergence est accélérée par relaxation de quelques variables.

Diagonalisation et analyse des valeurs propres

Le procédé d'étude des valeurs propres a été entièrement détaillé dans son exposition théorique, et peut être aisément effectué,

- par calcul d'un jacobien approché pour la linéarisation,
- et par des procédures de diagonalisation efficaces proposées par les logiciels de calcul numérique.

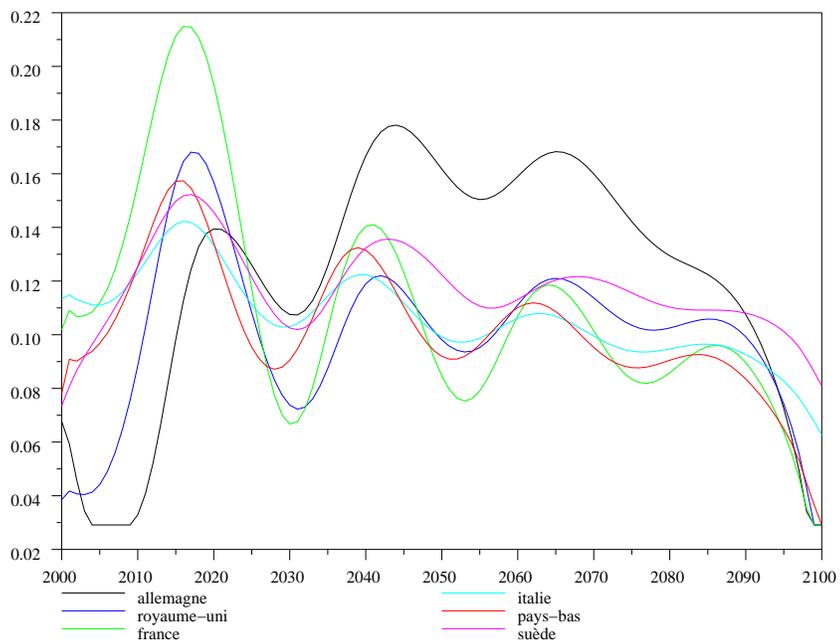
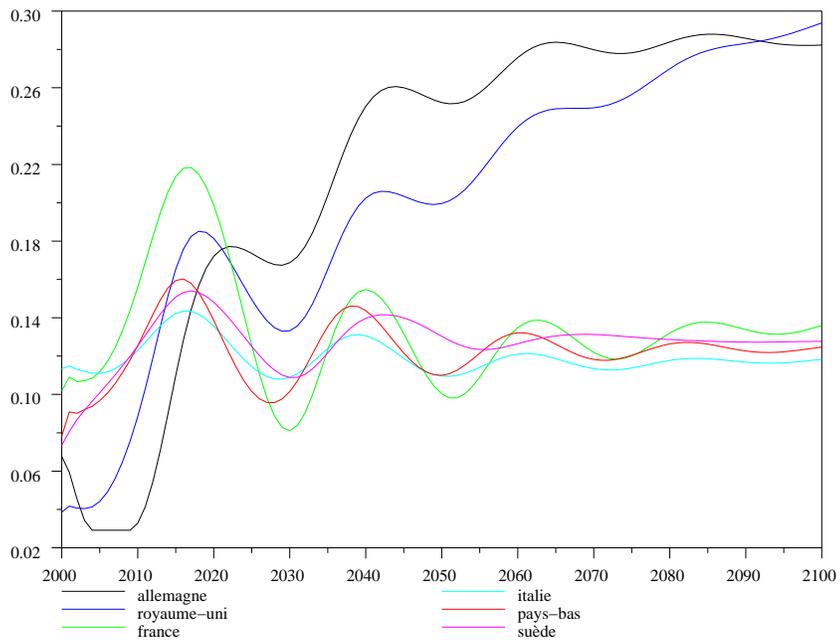
Il ne reste alors qu'à répéter la procédure entière pour de nombreux autres 'réglages' du modèle.

Difficultés rencontrées

Les algorithmes de résolution d'un grand système fonctionnent correctement. Cependant, l'obtention de simulations satisfaisante s'est heurtée à trois problèmes :

- La résolution de grands systèmes était un nouveau domaine, d'où peu d'efficacité dans les premiers temps du stage.
- Le principe des variables de bouclage n'était pas envisagé au début, ce qui a abouti à une méthode de stockage des données inadaptée à son implémentation efficace.
- De nombreux paramètres du modèle sont déterminés par méthode statistique, avec une intervalle de confiance assez large, d'où la difficulté de les affiner efficacement, un peu à l'aveugle.

En conséquent, il n'a pas été possible de déterminer sentier équilibré de croissance de long terme ; celui-ci était un préalable indispensable à l'étude des valeurs propres, à l'issue de laquelle des résultats intéressants auraient pu être obtenus.



Les tentatives de simulation prennent des valeurs aberrantes et échouent.

Conclusion et commentaires

Pistes à suivre pour plus d'efficacité et pour compléter les objectifs du stage :

- S'assurer de la compréhension économique du modèle, pour mieux repérer et corriger les erreurs.
- Elaborer d'une interface informatique spécialisée, pour gérer plus efficacement la dimension du système ; intégrer des scripts et des équations du modèle au logiciel de calcul numérique en code C ou Fortran, pour plus de rapidité. Mais cela nécessite beaucoup plus de temps.
- Automatiser en partie l'étude des valeurs propres, pour effectuer des études répétitives et plus nombreuses.
- Tenter une étude formelle, même partielle, du système dynamique à l'aide d'un logiciel spécialisé, pour assurer mathématiquement la convergence et peut-être obtenir des valeurs exactes.
- Effectuer une étude partielle limitée à un pays, pour valider rapidement les procédés.
- Chercher, par une étude descriptive du modèle, à postériori, à analyser économiquement les sources des phénomènes cycliques.