Etude de fonction

Etude de fonction

Mettons à profit Maple pour effectuer une étude complète de fonction. Celle-ci passe normalement par l'étude du domaine de définition, de la continuité, des racines, des limites et asymptotes, de dérivée et de la dérivée seconde, des maxima et minima, des points d'inflexion, des symétries, puis par le tracé du graphe.
On se limitera aux fonctions réelles d'une variable réelle ; et on utilisera Maple pour une partie seulement de l'étude de fonction.

Continuité

On peut tester la continuité de la fonction f sur l'intervalle]a,b[ou [a,b] par **`iscont(f(x),a..b)`** ou **`iscont(f(x),a..b,closed)`**. Maple peut aussi nous indiquer les discontinuités de la fonction étudiée par **`discont(f(x),x)`**. Ces fonctions doivent être chargées avec **`readlib(discont)`**, ou **`readlib(iscont)`**.

Racines

Pour trouver des racines de f entre a et b, il suffit d'utiliser **`fsolve(f(x)=0,x,a..b)`**.

Limites

La limite de la fonction f en a est obtenue par **`limit(f(x),x=a)`**. Si on souhaite obtenir la limite à droite ou à gauche, il faut préciser **`limit(f(x),x=a,right)`** ou **`limit(f(x),x=a,left)`**. Si la limite existe, la réponse de Maple l'indique. Sinon, celle-ci précise soit *undefined* (par exemple, limites différentes à droite et à gauche), ou un intervalle (aucune limite n'existe, la fonction 'oscille'…).

Asymptotes

Les asymptotes 'classiques' (horizontales et verticales) sont obtenu par la recherche des limites. Mais on peut aussi obtenir des fonctions proches de la fonction étudiée, en + ou – l'infini (et plus simples, car composées de monômes à coefficients rationnels), avec **`asympt(f(x),x,n)`**, où n est l'ordre maximal de la fonction équivalente recherchée.

Dérivées

La fonction dérivée de f est obtenue par **`diff(f(x),x)`**. La dérivée seconde est **`diff(f(x),x,x)`**.

Maxima et minima, points d'inflexion

Ici, on cherche d'abord les valeurs de a telles que f'(a) ou f''(a) soit nul, par **`solve`** ou **`fsolve`**, puis, en envisageant les signes des dérivées pour des valeurs <a ou >a, on déduit la présence d'extrèma ou de points d'inflexion.

Tracé du graphe

Classiquement, avec **`plot()`**…

Exercices

>Etudier les fonctions suivantes : f(x)=((x^2-x-6)+(x-3))/(x^2-4x+3), f(x)=exp(-(x+1)^2)-exp(-(x-1)^2), f(x)=(x-1)(x-2)(x-2)(x-4).