QUELQUES REMARQUES EN VRAC POUR L'EXAMEN

Christophe Chorro

19/05/2002

ALGEBRE

* Expression d'une application linéaire dans une base(pas forcément la base canonique)
Soit $\beta = (e_1, \ldots, e_n)$ la base de la source et $\beta' = (e'_1, \ldots, e'_n)$ la base du but
Soit f une application linéaire telle que:
$f(e_1) = \alpha_{1,1}e'_1 + \ldots + \alpha_{1,n}e'_n$
$\vdots$
$f(e_n) = \alpha_{n,1}e'_1 + \ldots + \alpha_{n,n}e'_n$
Alors la matrice de f ans le couple de base (β, β') est:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \ldots & \alpha_{1,n} \\ \vdots & & \vdots \\ \alpha_{n,1} & \ldots & \alpha_{n,n} \end{bmatrix}$$

* Ne pas utiliser Sarrus ca fait mauvais genre sur une copie de math, utiliser la méthode habituelle pour le calcul de déterminant: on développe par rapport à la ligne ou la colonne qui contient le maximum de zéros (le sportif intelligent évite l'effort inutile).

* Ne pas oublier que 0 n'est **jamais vecteur propre** (par définition).

* Une matrice diagonalisable (et elle l'est si par exemple en taille n elle a n valeurs propres differentes) prend la forme diagonale dans sa base de vecteurs propres.

* la Matrice de passage de la base canonique à la base de vecteurs propres est construite à partir des vecteurs propres mis en colonnes.

* APPRENDRE la formule $M(com(M))^t = det(M)I$ avec svp la définition de $(com(M))^t$ sinon ça sert à rien.

* Si on vous demande de calculer les puissances d'une matrice vous avez 80% de chances qu'il faille au préalable la diagonaliser et utiliser ensuite le formule transparente: $M^n = PD^nP^{-1}$.
* A moins que vous soyez cascadeur professionnel utiliser pour étudier une forme quadratique utiliser de préférence (c'est un conseil d'ami) la méthode des valeurs propres plutôt que gauss.On pourra aussi,si on le connait, utiliser le théorème de Jacobi-Sylvester qui nous dis qu'une matrice symétrique est définie positive ssi ses déterminants mineurs principaux sont strictements positifs.
* Toujours pour l'étude des formes quadratiques, connaitre la trace et le determinant ne permet de connaitre le signe des valeurs propres qu'en taille 2,2 .Contrairement à ce que beaucoup prétendent cela pose un gros soucis dès la taille 3,3.

FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES

* Pour étudier la régularité d'une telle fonction on utilise les théorèmes opératoires (composition, somme, etc ...) et seulement ensuite on s'intérresse aux points où il y a des problèmes (dénominateur qui s'annule, log en 0) en revenant à la définition des dérivées partielles (avec des limites).
* Ne pas oublier que:

  différentiable $\Longrightarrow$ continue

  et pas le contraire svp.Une fonction non continue n'est donc jamais différentiable .
* Apprendre les définitions et la différence entre dérivable et différentiable.(et non c'est pas pareil!!!)
* Quand vous avez des expressions du type $(x^2 + y^2)^\alpha$ dans l'expression de f dont on veut étudier la régularité penser à la vieille ruse de sioux qui est de poser:

  $$x = \rho cos\theta$$

  $$y = \rho sin\theta$$

  avec

  $$\rho = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$$

  car au bout du compte vous n'aurez qu'à majorer le cos et le sin par 1.
* Penser que l'on utilise le théoréme de Schwarz quand les hypothèse sont vérifiées: la fonction est C^2.
  Ainsi une fonction telle que $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ ne peut etre C^2
* APPRENDRE LES FORMULES DE TAYLOR PAR COEUR AVEC LES HYPOTHESES

* Se souvenir que l'étude de la position d'une fonction par rapport à son plan tangent en un point revient à l'étude de la forme quadratique associée à la matrice hessienne en ce point.

CONCLUSION

Ces remarques non exhaustives peuvent vous permettre d'éviter quelques bourdes durant le partiel (et ainsi me faire gagner un temps précieux à la corection).Il est donc dans notre intéret commun que vous les méditiez.

COURAGE MOUSSAILLONS LA TERRE APPROCHE .