



TurboPascal - Prépa HEC Ipecom

Corrections

vendredi 12 avril

1 Corrections des exercices de concours du 05 avril

1.1 INSEEC93

- Quelles valeurs sont écrites sur l'écran, dans les cas suivants:
 - L'utilisateur donne 1, 2, 6, 1.
L'ordi affiche 1.5, 1.75, 1.625, 1.6875.
 - L'utilisateur donne 1, 2, 6, 0.
L'ordi n'affiche rien.
- Quel est le but du programme? // *Le programme donne la liste des termes d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2, définie par $U_1 = a, U_2 = b, U_n = \frac{U_{n-1} + U_{n-2}}{2}$.*

1.2 ESCP95

Justifier ce qui s'affiche sur l'écran après l'appel de SOM(5,S) dans un programme [à construire] contenant cette procédure.

```
PROGRAM ESCP;  
VAR n:INTEGER; s:REAL;  
PROCEDURE SOM(n:INTEGER; VAR S:REAL);  
VAR k:INTEGER;  
    BEGIN S:=1/n; FOR k:=n-1 DOWNTO 1 DO S:=(S+1/k)/2; S:=S/2; WRITELN(S); END;  
BEGIN  
WRITELN('quel indice?'); readln(n);  
SOM(n,s); WRITE('le terme d'indice ',n,' termes vaut ',s);  
END.
```

Le programme calcule les termes de la suite U_n , où $U_n = \frac{\frac{\frac{\frac{1/n + 1/(n-1)}{2} + 1/3}{2} + 1/2}{2} + 1}{2}$, ou $U_{n-1} = \frac{U_n/2 + 1/n}{2}$ et affiche le nième.

1.3 EDHEC97

- Montrer que, si p est un entier naturel non nul et q un entier naturel, $f(p, q) = \frac{A_p^q}{p^q}$.
maths... $\frac{A_p^q}{p^q} = \prod_{j=1}^{q-1} 1 - j/p$...
- Utiliser cette déclaration pour écrire un algorithme en TurboPascal donnant la valeur de $E(N) = \sum_{k=0}^N \frac{A_N^k}{N^k}$.

```
PROGRAM EDHEC;  
VAR n,k:INTEGER; s:REAL;  
FUNCTION f(p,q:INTEGER):REAL;
```

```

VAR j:INTEGER; z:REAL;
BEGIN
  IF (p<=0) OR (q<0) THEN WRITE('valeurs incorrectes')
  ELSE IF (q=0) OR (q=1) THEN f:=1;
  ELSE BEGIN z:=1; FOR j:=1 TO (q-1) DO z:=z*(1-j/p); f:=z; END;
END;
BEGIN
  WRITE('Quelle valeur de N?'); readln(n); s:=0;
  FOR k:=0 TO n DO s:=s+f(n,k); WRITELN('E vaut ',s);
END.

```

1.4 EDHEC96

- – Dans le cas particulier où $n = 2$ et $a = 3$, donner les valeurs approchées à 10^{-4} près par défaut des contenus des variables u et p à la fin de l'algorithme.
 $U_n = f(U_{n-1}) = f^{(n)}(U_0), P_n = U_n * P_{n-1} = \prod_{k=0}^n U^k$, avec $U_0 = P_0 = a$. D'où, ici, ... calcul à la machine ... donner en fonction de n le nombre d'appels de fonctions utilisés qu cours de cet algorithme, ainsi que le nombre de soustractions, de multiplications et d'affectations nécessaires au calcul de u et p ?
Le programme fait n boucles, au cours desquelles ont lieu 2 affectations, une multiplication, et un appel à f qui implique une soustraction, un appel à f et une affectation. On a donc 3 affectations, une multiplication et une soustraction pour chacun des n tours.
- En considérant $\ln(p_n)$, exprimer p_n en fonction seulement de a et u_{n+1} , puis la limite de p_n . Ecrire alors un nouvel algorithme en TurboPascal, ne contenant aucune multiplication et calculant p_n .

```

program edhec;
var n,k:integer; a,u,p:real;
function f(x:real):real;
  begin if x>0 then f:=x-ln(x); end;
begin
  readln(n,a); u:=a; p:=a;
  for k:=1 to n do begin u:=f(u); p:=exp(a-u); end;
  writeln(u,p);
end.

```

1.5 ESSEC97

- Ecrire un algorithme [en TurboPascal] permettant le calcul successif des 30 premiers termes de la suite $(P(N \leq k))_{k \geq 1}$ lorsque l'entier n est donné.

```

program essec;
var k,n:integer;
function f(x:integer,n:real):real;
  begin f:=exp(n*ln(1-exp(x*ln(5/6))))); end;
begin
  writeln('valeur de n?'); readln(n);
  for k:=1 to 30 do writeln (k,' : ',f(k,n));
end.

```

1.6 ESSECXX

- Exprimer en fonction de k les valeurs contenues dans n , p , q à l'issue du k ème passage dans la boucle ...

Après le k ème tour de boucle, $n = k + 1, p = 2^{k+1}, q = 3^{k+1}$.

- Exprimer en fonction de j l'avant-dernière et la dernière valeur prises par $(p - 1)/q$ au cours de l'algorithme. Quelles inégalités vérifient-elles?

$j = k + 1$, donc la valeur finale de $\frac{p-1}{q}$ est $F(j) = \frac{2^j-1}{3^j}$, l'avant dernière est $F(j-1) = \frac{2^{j-1}-1}{3^{j-1}}$, d'où $F(j) = \frac{(F(j-1) \cdot 3^{j-1} + 1) \cdot 2 - 1}{3^j}$, $F(j) = \frac{2}{3}F(j-1) + \frac{1}{3^j}$.